

Obsah

1.	Sítě se vzájemnými vazbami.....	2
1.1	Základní informace	2
1.2	Výstupy z učení.....	2
1.3	Obecná charakteristika umělých neuronových sítí se vzájemnými vazbami	2
1.4	Hopfieldova síť.....	3
1.4.1	Organizační dynamika	3
1.4.2	Aktivní dynamika Hopfieldovy sítě	5
1.4.3	Adaptační dynamika	7
1.5	Boltzmannův stroj	10
1.5.1	Organizační dynamika	10
1.5.2	Aktivní dynamika	11
1.6	Obousměrná asociativní paměť (bidirectional associative memory, BAM)	12
1.6.1	Organizační dynamika	12
1.6.2	Adaptační dynamika	13
1.6.3	Aktivní dynamika	14
1.7	Seznam použité literatury	14

1. Sítě se vzájemnými vazbami

1.1 Základní informace

Následující text je součástí učebních textů předmětu Umělá inteligence a je určen hlavně pro studenty Matematické biologie. Tato kapitola se zabývá konceptem neuronových sítí se vzájemnými vazbami, nazývanými také sítěmi asociativními. Topologie těchto sítí je významně odlišná od dopředných neuronových sítí, biologická analogie chování těchto sítí nejvíce odpovídá vybavování si zapamatovaných vzorů. Podrobněji je rozebrán základní teoretický model Hopfieldovy sítě.

1.2 Výstupy z učení

Zvládnutí učebního textu umožní studentům:

- Seznámit se principem asociativních neuronových
- Porozumět organizační a aktivní dynamice Hopfieldovy sítě
- Pochopí zavedení pojmů stav, energie a atraktory Hopfieldovy sítě.
- Nastavit atraktorů sítě nerovnostmi včetně postupů zabránění falešným atraktorům.
- Pochopit odlišnosti stochastického neuronu od jeho deterministické varianty a popsat Boltzmanův stroj jako stochastické rozšíření Hopfieldovy sítě.
- ~~Dokáže demonstrovat algoritmus aktivní dynamiky Boltzmanova stroje – simulované žhání – na příkladu sítě se třemi uzly.~~

1.3 Obecná charakteristika umělých neuronových sítí se vzájemnými vazbami

Skupina sítí se vzájemnými vazbami se také často nazývá asociativními či atraktorovými sítěmi, protože princip jejich aktivní dynamiky spočívá ve vybavování si, asociaci předem naučených vzorů - atraktorů. Vzhledem k charakteru, kdy si sítě pamatují určité naučené vzory, jsou modely asociativních sítí označovány také jako asociativní paměti.

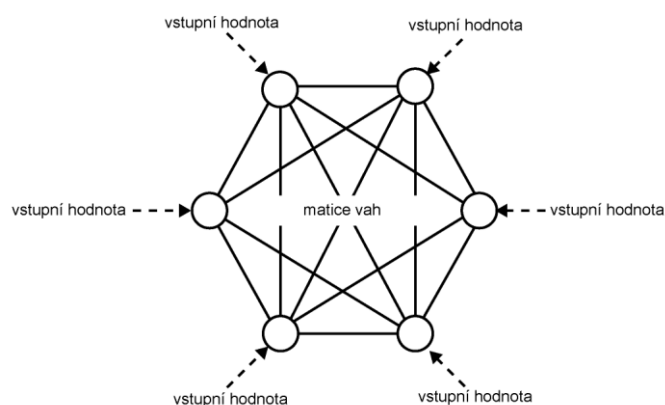
Pro sítě se vzájemnými vazbami mezi neurony je typické, že zde existují i zpětné vazby mezi neurony, signál se tedy nešíří jedním směrem po jednotlivých vrstvách jako v případě perceptronů. Propojení mezi neurony může být úplné (Hopfieldova síť). Bývá také symetrické, synapse jsou tedy ohodnocena jedinou hodnotou váhy, která se používá pro oba směry šíření informace synapsí. Nejčastěji jsou používány neurony s binární či bipolární charakteristikou, které mají schopnost vyjádřit dva stavy.

Vzájemné propojení neuronů způsobuje, že v aktivní dynamice jsou jednotlivé neurony vzájemně ovlivňovány okolními neurony, se kterými mají společnou vazbu. Aktivní dynamika spočívá v postupném výběru jednoho z neuronů (ať už deterministicky, nebo náhodně) a úpravě jeho stavu na základě vlivu okolních neuronů. Změnou stavů neuronů pak postupně přechází síť do stabilního stavu, kdy již není žádná změna možná, síť dosáhla atraktoru.

U sítí se vzájemnými vazbami tedy pozorujeme oproti aktivní dynamice perceptronů rozdíl. Zatímco perceptrony v aktivní dynamice poskytují okamžitou odezvu na předložený vstup „výpočtem“, aktivní

dynamika sítí se vzájemnými vazbami představuje iterativní proces směřující k nalezení jednoho z atraktorů. Aktivní a adaptační dynamika má tedy oproti perceptronům opačný charakter.

Iterativní proces vybavování si vzorů a přechodu systému do stabilního stavu má opět svoji analogii v biologické oblasti, kde odpovídá kognitivním funkcím mozku, například při rozpoznávání objektů. Analogii lze nalézt i v oblasti fyzikální, kdy Hopfieldova síť vznikla jako model spinových skel, která popisují původně náhodné uspořádání směrů magnetických momentů atomů v krytalické mřížce, které ale směřuje k uspořádanému stabilnímu stavu.



Obr. 1 Obecná organizační dynamika Hopfieldovy sítě.

Asociativní neuronové sítě můžeme rozdělit do dvou oblastí, na autoasociativní a heteroasociativní.

Autoasociativní sítě si na základě daného předloženého vstupu snaží vybavit odpovídající vzor v úplné podobě. Příkladem může být předložení poškozené či neúplné fotografie obličeje jisté osoby síti. Výsledkem vybavování sítě by pak byl nepoškozený a úplný obraz, který byl dříve do vah sítě uložen jako jeden z atraktorů.

Oproti tomu heteroasociativní sítě si nevybavují přímo předkládaný vzor, ale doplňují k němu nějaké související informace jiného charakteru. Příkladem může být síť, která po předložení fotografie obličeje provede identifikaci dané osoby a přiřadí k ní dříve zapamatované osobní údaje.

1.4 Hopfieldova síť

1.4.1 Organizační dynamika

Topologii Hopfieldovy sítě tvoří pevné uspořádání N neuronů dle obrázku 1. Neurony jsou propojeny obousměrnými vazbami každý s každým, každý j -tý neuron má tedy na své vstupy přivedeny výstupy všech ostatních i -tých neuronů. Pro váhy platí, že jsou symetrické

$$w_{ij} = w_{ji}$$

(1)

a

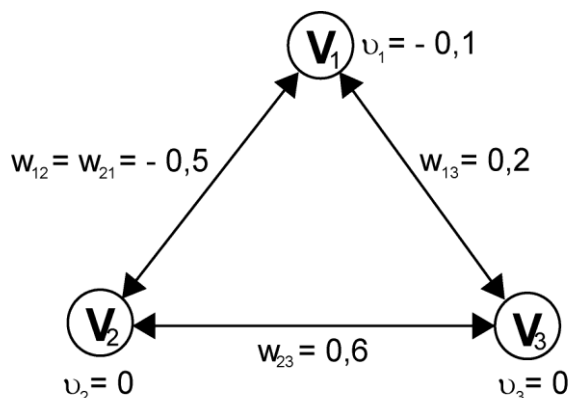
$$w_{ii} = 0.$$

(2)

Výstup neuronu je zde reprezentován vnitřním stavem neuronu, jak si ukážeme dále. V Hopfieldově síti bývají použity zpravidla neurony s binární (0,1,hardlim) či bipolární (-1,1) charakteristikou. Každý neuron obsahuje explicitně vyjádřený práh. Počáteční nastavení stavu neuronu po přiložení vstupu je možné provést jednorázovým nastavením stavu neuronu. Je dobré si uvědomit, že v základním modelu Hopfieldovy sítě bez skrytých uzlů platí, že počet prvků vstupního vektoru $\mathbf{x}$, je roven počtu vzorků výstupního vektoru $\mathbf{V}$, a ten je roven počtu neuronů v síti N .

1.4.1.1 Stav Hopfieldovy sítě

Příklad Hopfieldovy sítě se třemi uzly je uveden na následujícím obrázku. Symetrické váhy jsou označeny znakem w , explicitní prahy neuronů ϑ a výstupy, tedy stavy neuronů V .



Obr. 2 Hopfieldova síť se třemi uzly.

Výstup V_i jednotlivého i -tého neuronu je definován v souladu s dříve zavedenou definicí jednotlivého neuronu jako

$$V_i = y_i = \sigma(\xi_i) = \sigma\left(\sum_j w_{ij} V_j - \vartheta_i\right)$$

, kde ϑ_i představuje explicitní práh a aktivační výstupní funkce $\sigma(\xi_i)$ má bipolární nebo binární charakter.

(3)

Variantu, kdy je aktivační výstupní funkce definována jako spojitá, například sigmoidální funkce,

$$\sigma(\xi_i) = \frac{1}{1 + e^{-\xi_i}}$$

(4)

, nazýváme spojitou Hopfieldovou sítí, narozdíl od její diskrétní realizace s binárními či bipolárními neurony.

Hopfieldova síť s N neurony je v každém diskrétním okamžiku charakterizována vektorem výstupů $\mathbf{V}$ jednotlivých neuronů. Výstup každého i -tého neuronu také označujeme za stav neuronu V_i . Stav sítě

je pak dán vektorem o N elementech, kde každý prvek představuje stav jednoho z neuronů. Zvláštní význam má pak stav sítě v ustáleném stavu, kdy tento stav sítě představuje ukončení aktivní dynamiky sítě a tedy hledaný atraktor.

1.4.2 Aktivní dynamika Hopfieldovy sítě

Předpokládejme, že máme ustavenou Hopfieldovu síť s binárními neurony s explicitním prahem a máme nastaveny hodnoty vah synapsí mezi neurony.

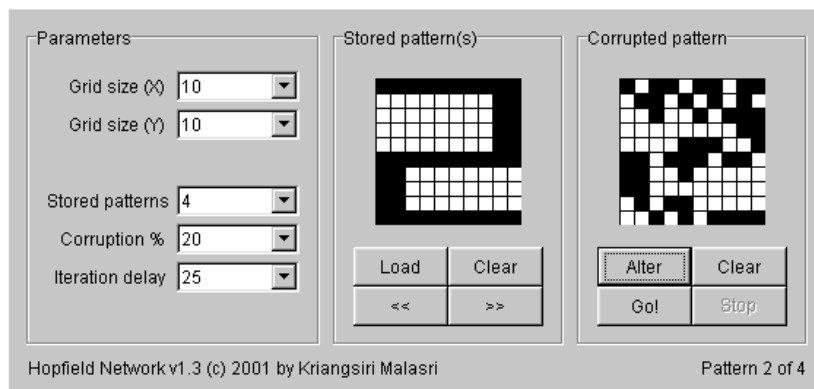
Zahájení aktivní dynamiky sítě odpovídá přiložení vstupního vektoru $\mathbf{x}$ na jednotlivé neurony. Nastavíme tak počáteční stav V_i všech neuronů a tedy i celé sítě. Stav každého i -tého neuronu je dán odpovídající i -tou hodnotou prvku vstupního vektoru. V našem případě binárních neuronů bude tedy počáteční stav každého neuronu nastaven na 0 nebo 1.

Poté je náhodně vybrán jeden z neuronů a je aktualizován jeho stav dle vztahu (3).

Po aktualizaci stavu může být tedy stav binárního neuronu změněn na opačný, nebo může zůstat beze změny. O změně stavu rozhoduje, zda bude neuron dostatečně buzen svými sousedy (vnitřní potenciál překročí práh buzení neuronu), se kterými je propojen ohodnocenými spoji. Síla a charakter spojení neuronů určuje míru jejich vzájemného ovlivnění a může mít inhibiční či excitační charakter. Po změně stavu každého neuronu přechází síť do dalšího stavu i jako celek.

Dalším krokem aktivní dynamiky je volba dalšího (náhodně, tedy i stejného) neuronu a situace se opakuje.

Algoritmus takto postupně vybírá jednotlivé neurony a síť tak prochází jednotlivými stavy, až dosáhne ustáleného stavu, kdy už není žádný přechod proveditelný. Jinak řečeno, nelze již zvolit žádný neuron, který by změnil svůj stav na opačný.



Obr. 3 Applet pro demonstraci schopností Hopfieldovy sítě
([http://www.cbu.edu/~pong/ai/hopfield/hopfield.html]).

1.4.2.1 Energetická funkce

Pro lepší pochopení problematiky Hopfieldovy sítě definujeme pojem energie i -tého neuronu.

$$E_i = -V_i \xi_i = -V_i \left(\sum_j w_{ij} V_j - \theta_i \right) \quad (5)$$

Celková energie sítě je pak opět podobně jako stav sítě v daném diskretním okamžiku vyjádřena sumací dílčích energií všech neuronů jako

$$E = -\sum_i V_i \xi_i$$

(6)

Energetická funkce evidentně závisí na stavu sítě. V procesu aktivní dynamiky, tedy při změně stavu jakéhokoli jednotlivého neuronu sítě dochází i ke změně energetické funkce, kde tato změna může být vyjádřena jako

$$\Delta E_i = -\Delta V_i \xi_i$$

(7)

Je závislá pouze na změně stavu neuronu ΔV_i , protože vnitřní potenciál ξ_i neuronu zvoleného aktivní dynamikou zůstává v daném kroku aktivní dynamiky konstantní.

U binárních neuronů může dojít pouze ke dvěma změnám stavu V_i . Buď ze stavu $V_i = 0$ na stav $V_i = 1$, nebo ze stavu $V_i = 1$ na stav $V_i = 0$. Změna energie je v těchto dvou případech tedy:

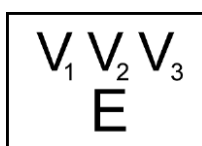
- Změna V_i z 0 -> 1. Zde platí, že $\Delta V_i > 0$. Tato situace ale může nastat jen v případě, kdy platí, že $\xi_i > 0$. Důsledkem dle vztahu (7) je tedy, že $\Delta E_i < 0$.
- Změna V_i z 1 -> 0. Zde platí, že $\Delta V_i < 0$. Tato situace ale může nastat jen v případě, kdy platí, že $\xi_i \leq 0$. Důsledkem dle vztahu (7) je tedy, že $\Delta E_i \leq 0$.

Energie každého neuronu tedy může při jeho aktivaci pouze klesnout, nebo zůstat stejná.

Z předchozích vztahů plynou pro energetickou funkci důležité závěry. Celková energie sítě, která je součtem energií jednotlivých neuronů, může pouze klesat, nebo zůstat nezměněna. Stav sítě s nízkou energií jsou stabilnější, než stavy s energií vysokou. Síť tedy v jednotlivých (po neuronech diskretních) krocích přechází postupně do stavů s nižší energií, až dosáhne stavu, kdy již není realizovatelný žádný přechod žádného neuronu do stavu s nižší energií. Síť ustálila svůj stav ve stavu s nízkou energií, odkud není realizovatelný žádný další přechod - uvízla v lokálním minimu energetické funkce, v jednom z atraktorů. Tento stav představuje vybavený vzor sítě, tedy finální odezvu sítě na předložený vstup.

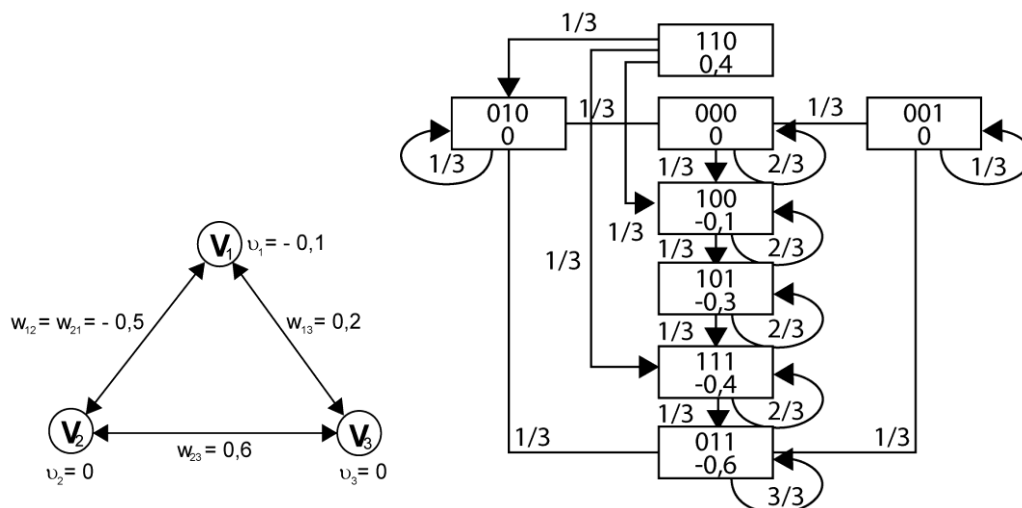
1.4.2.2 Stavová mapa přechodů

Proces aktivní dynamiky pro konkrétní Hopfieldovu síť můžeme zobrazit pomocí stavové mapy přechodů. Každý uzel v této mapě obsahuje informaci o aktuálním stavu sítě a také energii, která tomuto stavu odpovídá.



Obr. 4 Uzel ve stavové mapě přechodů a jeho obsah.

Jednotlivé uzly je možné v diagramu uspořádat od uzlů s nevyšší energií E , až po uzly s energií nejnižší. Příložením vstupu na síť odpovídá nastavení sítě do stavu rovnajícímu se tomuto vstupu. Pokud budeme předpokládat síť, kde jsou jednotlivé neurony voleny diskrétně a náhodně se stejnou pravděpodobností, můžeme Hopfieldovu síť a její mapu přechodů zobrazit následovně:



Obr. 5 Hopfieldova síť se třemi uzly a odpovídající mapa přechodů.

Hrany mezi jednotlivými uzly odpovídají pravděpodobnosti, s jakou je ten který přechod proveden. V našem případě je výběr každého ze tří neuronů stejně pravděpodobný. Po jistém počtu kroků se síť dostane do stavu vyjádřeného jako 011, který odpovídá minimální hodnotě energie sítě a je v tomto případě dokonce globálním atraktorem. Ať je již v tomto stavu zvolen/aktivován kterýkoli z neuronů, nezmění svůj stav a síť tedy zůstává v tomto stabilním stavu.

1.4.3 Adaptační dynamika

Adaptační dynamika opět vychází z trénovací množiny, která obsahuje $p_{\max}$ vzorů o rozměru N . Není k nim však přiřazen žádný očekávaný výstup, jako v případě dopředných sítí, každý vzor je vzhledem ke konceptu autoasociativních sítí rovnou jedním z požadovaných atraktorů sítě.

$$M = \{\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^{p_{\max}}\} = \{\mathbf{v}^1, \mathbf{v}^2, \dots, \mathbf{v}^{p_{\max}}\}$$

(8)

Cílem adaptační dynamiky je při pevné topologii sítě nalézt takové nastavení parametrů sítě, aby předkládané vzory představovaly lokální minima energetické funkce. Obvykle se jedná pouze o adaptaci vah spojujících jednotlivé neurony, prahové hodnoty jsou považovány za nulové. Ve fázi aktivní dynamiky jsou pak všechny předkládané vzory přitahovány do „nejbližšího“ zapamatovanému vzoru. Je zřejmé, že síť dané topologie si dokáže „zapamatovat“ pouze omezený počet vzorů. Pravděpodobnost $p(s)$ stabilního stavu sítě můžeme vyjádřit jako

$$p(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\frac{N}{2P}}} e^{-x^2} dx$$

(9)

Hopfield experimentálně odvodil, že počet binárních vzorů P , které si síť dokáže zapamatovat a poté také vybavit, je přibližně rovno

$$P \approx 0,15N$$

kde N je počet neuronů.

(10)

Dle uvedené literatury je tento počet ještě nadhodnocený, kdy pro $P \leq 0,138N$ odpovídají požadované atraktory lokálním minimům energetické funkce.

Pro bipolární neurony je přibližný vztah pro počet vzorů následující:

$$P \approx \frac{N}{2\log_2 N}$$

(11)

Hopfieldova síť tedy pro stabilní uložení vzorů vyžaduje relativně vysoký počet uzlů. Paměť sítě lze rošířit přidáním tzv. skrytých uzlů, které jsou do struktury sítě začleněny, nicméně neposkytují vstup ani výstup.

1.4.3.1 Hebbovo pravidlo

Pro nastavení symetrických vah $w_{ij} = w_{ji}$ mezi neurony lze jak v případě binárních, tak v případě bipolárních výstupů neuronů použít Hebbovo pravidlo. Na síť postupně přikládáme jednotlivé vzory z trénovací množiny. Váhy w_{ij} jsou pak kladně posilovány při souhlasné pozitivní aktivaci neuronů na předložený vstup. Při nesouhlasné aktivaci sousedních neuronů propojených vazbou s vahou w jsou jejich vzájemné vazby oslabovány. Výsledná váha pak představuje rozdíl mezi souhlasnými a nesouhlasnými stavy (výstupy V_i) neuronů pro všechny vstupy z trénovací množiny.

Konkrétní hodnota váhy w_{ij} mezi neurony tak může být nastavena pro binární neurony dle vztahu

$$w_{ij} = \sum_{p \max} [x_i - 1][x_j - 1] = \sum_{p \max} [V_i - 1][V_j - 1], \text{ pro } i \neq j$$

(12)

Pro bipolární neurony je vztah jednodušší.

$$w_{ij} = \sum_{p \max} x_i x_j = \sum_{p \max} V_i V_j \text{ pro } i \neq j$$

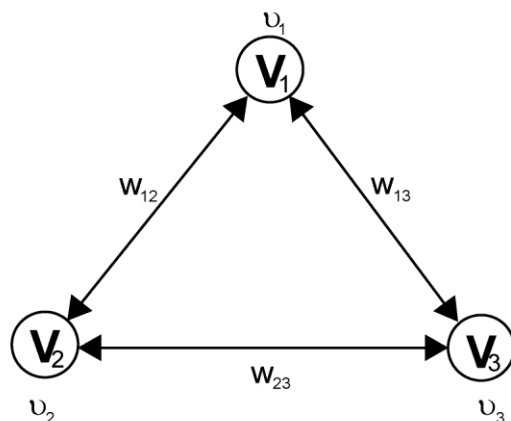
(13)

Jednotlivé vzory jsou tedy v síti uloženy nepřímou formou vahami ohodnocených vztahů mezi neurony a jejich stavy. Tato metoda učení však může vést ke vzniku fantomů, falešných traktorů, které představují lokální minima energetické funkce, ale nereprezentují žádný z požadovaných předkládaných atraktorů.

1.4.3.2 Nastavení nerovnostmi

Postup nastavení vah nerovnostmi si objasníme na realizaci konkrétního příkladu. Jde o postup, po kterém má síť požadované atraktory.

Mějme opět Hopfieldovu síť se třemi propojenými uzly.



Obr. 6 Příklad Hopfieldovy sítě.

Požadujeme, aby atraktory byly prvky A a B množiny $M = \{A=010, B=111\}$. Hledáme tedy takové odpovídající nastavení vah w a prahů ϑ pro tyto atraktory, aby v nich byla síť stabilní a svůj stav udržela. Pro požadovaný atraktor $A = 010$ můžeme sestavit soustavu nerovnic.

$V_1 = 0$		Po dosazení za V : $w_{12} - \vartheta_1 \leq 0$
$V_2 = 1$		Po dosazení za V : $\vartheta_2 < 0$
$V_3 = 0$		Po dosazení za V : $w_{23} - \vartheta_3 \leq 0$

Tab. 1 Soustava nerovnic pro atraktor A.

Podobně pro atraktor $B = 111$.

$V_1 = 1$		Po dosazení za V : $w_{12} + w_{13} - \vartheta_1 > 0$
$V_2 = 1$		Po dosazení za V : $w_{12} + w_{23} - \vartheta_2 > 0$
$V_3 = 1$		Po dosazení za V : $w_{13} + w_{23} - \vartheta_3 > 0$

Tab. 2 Soustava nerovnic pro atraktor B.

Uvedené vztahy představují soustavu šesti lineárních rovnic o šesti neznámých. Soustava má nekonečně mnoho řešení splňujících dané podmínky, například $w_{12} = 0,5$; $w_{13} = 0,4$; $w_{23} = 0,1$; a $\vartheta_1 = 0,7$; a $\vartheta_2 = -0,2$; a $\vartheta_3 = 0,4$.

Ani tento postup ale nezabrání vzniku falešných atraktorů, které představují nechtěná lokální minima energetické funkce, která jsou ve všech směrech (tedy možných změnách stavu) ohraničena vyššími hodnotami energetické funkce. Aktivní dynamika sítě pak může v těchto nechtěných minimech trvale uváznout. Řešením, které zamezí falešným atraktorům, může být doplnění nerovností pro každý stav, který nesmí být atraktorem. Toto bývá ale v praxi obtížně řešitelné. Alternativu představuje učení sítě pomocí delta pravidla, které lze shrnout do následujících kroků:

1. Zvolíme množinu požadovaných atraktorů $M = \{\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^{p_{\max}}\}$
2. Přiložíme jeden ze vzorů $\mathbf{x}$ na síť a vypočteme aktivační funkce a výstupy (stavy) neuronů
3. Pokud se stavy plynoucí z aktivační funkce shodují s požadovanými (předloženými), nedělej nic.
4. V opačném případě uprav váhy buzených vstupů a práh aktuálního neuronu o zvolené $\pm\Delta$ v závislosti na odezvě neuronu
 - a. Pokud $V_i = 0$ a má být 1 ($x_i = 1$) => snížíme práh a posílíme buzené váhy o Δ
 - b. Pokud $V_i = 1$ a má být 0 ($x_i = 0$) => zvýšíme práh a snížíme buzené váhy o Δ

1.5 Boltzmannův stroj

1.5.1 Organizační dynamika

Organizační dynamika Boltzmannova stroje je naprosto stejná jako u Hopfieldovy sítě, nejčastěji Hopfieldovy sítě se skrytými neurony. Rozdíl je v typu použitých neuronů. Ty se nechovají deterministicky, jako v případě Hopfieldovy sítě, ale změna stavu neuronu na opačný (0 $\rightarrow$ 1 a 1 $\rightarrow$ 0) závisí nejen na hodnotě aktivační funkce, ale také na veličině nazývané teplota sítě $T \geq 0$. Tato teplota se obvykle mění v průběhu práce sítě a je zodpovědná za stochastické chování neuronů.

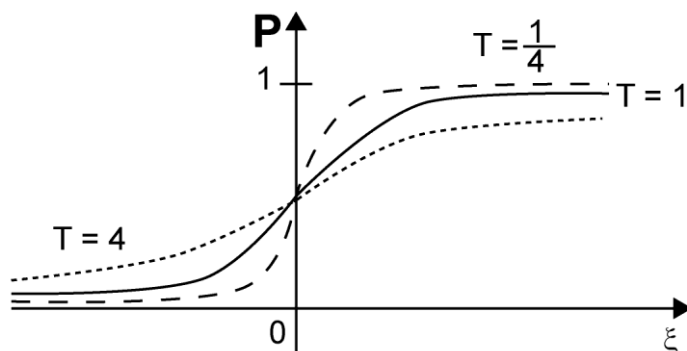
Základem Boltzmannova stroje je tedy stochastický neuron, u kterého známe pravděpodobnost P , se kterou se bude nacházet v daném stavu na základě hodnoty vnitřního potenciálu neuronu. Funkcí vyjadřující závislost pravděpodobnosti změny stavu je často sigmoida, která je modifikována právě parametrem T . V závislosti na teplotě tedy může stochastický neuron s jistou pravděpodobností změnit svůj stav bez ohledu na hodnotu vnitřního potenciálu ξ_i .

$$P = \sigma(\xi_i) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-\xi_i}{1+T}}}$$

(14)

Pro $T = 0$ dostáváme pro pravděpodobnost změny stavu standardní sigmoidální funkci a neuron se tedy s vysokou pravděpodobností bude chovat dle hodnoty svého vnitřního potenciálu ξ_i . Ze vztahu (13) dále vyplývá, že s rostoucí hodnotou parametru T dochází k vyrovnání pravděpodobnosti volby

obou stavů bez ohledu na hodnotu vnitřního potenciálu ξ_i a pro $T \rightarrow \infty$ se neuron chová zcela náhodně, oba stavy jsou stejně pravděpodobné.



Obr. 7 Průběh pravděpodobnostní aktivační funkce v závislosti na T a ξ_i dle [1].

1.5.2 Aktivní dynamika

Aktivní dynamika Boltzmannova stroje je opět analogická s Hopfieldovou sítí. V procesu aktivní dynamiky je opět (náhodně) zvolen v diskrétním kroku t jeden z neuronů a je provedeno vyhodnocení jeho reálného vnitřního potenciálu ξ_i v souladu s (3).

$$\xi_i(t) = \sum_j w_{ij} y_j(t) - \vartheta_i \quad (15)$$

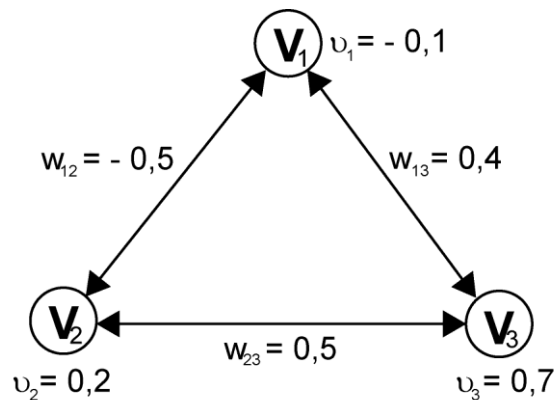
Změna stavu neuronu ale nezávisí jen na hodnotě tohoto potenciálu a tedy v případě binárních neuronů jeho porovnání s nulou, změna stavu je určena stochasticky a neuron je aktivní/1, respektive pasivní/0 s pravděpodobnostmi

$$P\{y_i(t+1) = 1\} = \sigma(\xi_i(t)) \quad (16)$$

respektive

$$P\{y_i(t+1) = 0\} = 1 - P\{y_i(t+1) = 1\} = \sigma(-\xi_i(t)). \quad (17)$$

Předpokládejme síť dle obrázku (8). V závislosti na teplotě T se mění pravděpodobnosti přechodů sítě mezi stavy. Zaměříme se na příklad na pravděpodobnost přechodu ze stavu 011 do dalších stavů, tabulka (3).



Obr. 8 Příklad sítě pro ilustraci stochastického chování.

T	011	010	001	111
0	2/3	1/3	0	0
0,25	0,58	0,23	0,02	0,17
1	0,54	0,18	0,11	0,17

Tab. 3 Pravděpodobnosti přechodů sítě z obr. 7 ze stavu 011 v závislosti na teplotě T .

Pro $T = 0$ dostáváme Hopfieldovu síť s deterministickým chováním. S rostoucí teplotou T roste pravděpodobnost výskytu sítě ve stavech, který by nebyl v Hopfieldově síti vůbec dosažitelný.

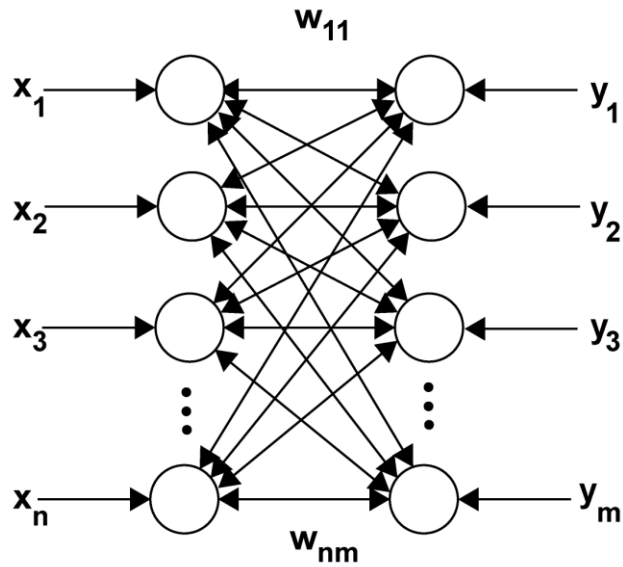
Proces aktivní dynamiky sítě, kdy je pracováno s hodnotou teploty T se nazývá simulované žihání. Aktivita sítě probíhá tak, že nejprve nastavíme vysokou teplotu T . Při vysoké teplotě se jednotlivé neurony a tedy i síť chová velmi nedeterministicky a přechází spíše náhodně mezi jednotlivými stavy. Po nějaké době aktivity sítě dojde k ustálení stavu sítě. Poté o něco snížíme teplotu T a proces se opakuje. Takto postupujeme až do hodnoty $T = 0$ včetně. Stochastické chování neuronů umožňuje s vyšší pravděpodobností překonat lokální minima energetické funkce, která mohou představovat falešné traktory. Pro Hopfieldovu síť bylo na rozdíl od Boltzmannova stroje uváznutí v lokálním minimu konečné. Uvedený postup zajišťuje, že s vyšší pravděpodobností dosáhneme globálního minima energetické funkce a tedy skončíme v požadovaném atraktoru. Chování Boltzmannova stroje je tedy v tomto ohledu výhodnější, než chování Hopfieldovy sítě.

1.6 Obousměrná asociativní paměť (bidirectional associative memory, BAM)

Obousměrnou asociativní paměť představil v roce 1987 Bart Kosko. BAM je reprezentantem heteroasociativních sítí, tedy sítí, kdy si síť po předložení vstupního vektoru vybavuje vektor jiný, s předkládaným vektorem asociovaný. Výsledný vektor zpravidla obsahuje údaje, které předkládaný vzor blížeji popisují či k němu připojují nějaké související informace.

1.6.1 Organizační dynamika

Jedná se o síť, která se skládá ze dvou vrstev vzájemně úplně propojených neuronů. Každá z vrstev je současně vstupní i výstupní vrstvou. Vstupní vektor $\mathbf{x}$ asociuje po předložení síti na první vrstvu výstupní vektor $\mathbf{y}$ a naopak po předložení vektoru $\mathbf{y}$ na vstupy druhé vrstvy je asociován vektor $\mathbf{x}$.



Obr. 9 Topologie BAM dle [5].

1.6.2 Adaptační dynamika

Předpokládejme bipolární realizaci neuronů, tedy neuronů s výstupy $(-1,1)$. Nastavení vah sítě je realizováno na základě trénovací množiny, která je představována dvojicemi souvisejících párů vektorů $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$. Maximální počet párů asociací, které si je schopna síť zapamatovat je $\min(m,n)$.

$$M = \{[\mathbf{x}^1, \mathbf{y}^1], [\mathbf{x}^2, \mathbf{y}^2], \dots, [\mathbf{x}^{p_{\max}}, \mathbf{y}^{p_{\max}}]\}$$

(18)

Váhy lze nastavit dle vztahu

$$w_{ij} = \sum_{p=1}^{p_{\max}} w_{ij}^p = \sum_{p=1}^{p_{\max}} x_i^p y_j^p$$

(19)

, který lze upravit na maticový zápis

$$W = \sum_{p=1}^{p_{\max}} (\mathbf{X}^p)^T \mathbf{Y}^p$$

(20)

Celá konfigurace sítě je tedy reprezentována maticí vah $\mathbf{W}$.

Předpokládejme, že máme trénovací množinu M složenou ze dvou párů.

$$M = \{[\mathbf{x}^1 = (1; -1; 1; -1; 1; -1), \mathbf{y}^1 = (1; 1; -1; -1)], [\mathbf{x}^2 = (1; 1; 1; -1; -1; -1), \mathbf{y}^2 = (1; -1; 1; -1)]\}$$

Matici vah $\mathbf{W}$ spočteme dle vztahu (20) a dostaneme výslednou matici vah.

$$W = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

1.6.3 Aktivní dynamika

Aktivní dynamika sítě probíhá v jednotlivých diskretních krocích. Sít funguje symetricky, tedy po předložení vektoru na vstupní vrstvu vypočtou neurony této vrstvy svoji odezvu (synchronně, v jednom kroku) a tento signál násobený vahami se rozšíří do neuronů protilehlé vrstvy, které opět synchronně vypočtou své výstupy a vytvoří tak výstupní vektor.

V dalším kroku se role vrstev otočí a vypočtený výstupní vektor je strukturou sítě opět šířen zpět na protilehlou, původně vstupní vrstvu. Toto vzájemné předávání signálů probíhá až do ustálení stavu sítě, kdy už se výstupy ani na jedné vrstvě sítě nemění. Po dosažení toho ustáleného stavu se na vstupní vrstvě nachází vektor z trénovací množiny, který nejvíce odpovídal předloženému vstupnímu vektoru a na výstupní vrstvě se pak nachází vektor, který byl v trénovací množině s tímto vzorem spojen.

Pro bipolární BAM lze její odezvu v ustáleném tvaru vyjádřit snadno dle vztahů

$$Y = \text{sgn}(XW)$$

(21)

$$X = \text{sgn}(YW^T)$$

(22)

Například po předložení vstupu $x^1 = (1; -1; 1; -1; 1; -1)$ dostaneme při použití matice vah W z předchozího odstavce $Y = \text{sgn}(XW) = \text{sgn}(8, 4, -4, -8) \Rightarrow (+, +, -, -) \Rightarrow (1, 1, -1, -1)$.

1.7 Seznam použité literatury

- [1] Šíma, J., Neruda, R.: Teoretické otázky neuronových sítí, MATFYZPRESS, 1996, ISBN 80-85863-18-9.
- [2] Jan, J.: Číslíková filtrace, analýza a restaurace signálů. VUT v Brně, VUTUM, 2002. ISBN 80-214-1558-4.
- [3] Volná, E.: Neuronové sítě 1. Skripta Ostravská universita v Ostravě, Ostrava, 2008.
- [4] Kosko B.: Bidirectional Associative Memories, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1987.
- [5] http://moon.felk.cvut.cz/~pjv/Jak/_neur/n566/bam.html
- [6] V. Kvasnička, L. Beňušková, J. Pospíchal, I. Farkaš, P. Tiňo, and A. Král. Úvod do teorie neuronových sítí, IRIS, Bratislava, 1997, ISBN 80-88778-30-1.
- [7] <http://www.cbu.edu/~pong/ai/hopfield/hopfield.html>
- [8] http://en.wikipedia.org/wiki/Bidirectional_associative_memory