

Lineární a adaptivní zpracování dat: řešené úlohy v MATLABu

Roman Vyškovský
Daniel Schwarz

Předmluva

Sbírka příkladů „Lineární a adaptivní zpracování dat: řešené úlohy v MATLABu“ vznikla v rámci řešení projektu MUNI/FR/1529/2016 „Fond rozvoje MU“ jako studijní opora k předmětu Lineární a adaptivní zpracování dat (Bi0440).

Množství dat, která reprezentují procesy, projevy a činnosti živých systémů, narůstá spolu s rapidním vývojem digitálních technologií, jež nám tato data umožňují pořizovat, přenášet a ukládat. Zvyšuje se tak i význam metod z oblasti digitálního zpracování a analýzy signálů, jejichž cílem je zvýrazňování signálu v šumu nebo transformace naměřených dat tak, aby mohly být objeveny jejich zdánlivě skryté vlastnosti. Náplní sbírky jsou příklady, které ukazují použití zmíněných metod na reálných nebo modelovaných datových souborech z oboru biologie, medicíny a environmentální oblasti. Vyřešením sbírky student lépe pochopí probíranou látku a získá schopnosti převádět často nesnadno uchopitelnou teorii do praxe. Praktická analýza dat se dnes již provádí výhradně pomocí výpočetní techniky s nástroji, jako jsou například MATLAB, R nebo Python.

Sbírka obsahuje 20 příkladů rozdělených do pěti kapitol kopírujících již zavedené dělení předmětu Lineární a adaptivní zpracování dat: 1) systémy, signály a časové řady, 2) lineární filtrace, 3) metody zvýraznění užitečné složky a potlačení šumu, 4) modely časových řad a 5) adaptivní zpracování a predikce časových řad. Ke každému z témat je vypracováno několik příkladů ve formě rozřešených skriptů a funkcí napsaných v Matlabu, které jsou volně ke stažení na oborovém portálu matematické biologie¹ a dále na výukovém portálu LF MU². Každý příklad obsahuje dílčí úkoly, které má student za úkol doprogramovat podle pokynů vepsaných v komentářích. Správná řešení úkolů a objasnění prováděných výpočtů jsou uvedena v tomto dokumentu.

Sbírka příkladů slouží zejména pro samostudium a procvičování, ale také ke zlepšení kontaktní výuky v praktických cvičeních předmětu Lineární a adaptivní zpracování dat.

¹ <http://portal.matematickabiologie.cz>

² <http://portal.med.muni.cz>

OBSAH

Pokyny k vypracování příkladů	3
Kapitola 1: Systémy, signály a časové řady	4
Příklad 1B: Základní popis systému	7
Příklad 1C: Diskretizace signálu a aliasing	9
Příklad 1D: Výpočet konvoluce	12
Kapitola 2: Lineární filtrace	15
Příklad 2A: Návrh filtru metodou okénka	15
Příklad 2B: Návrh filtru metodou vzorkování frekvenční charakteristiky	23
Příklad 2C: Návrh IIR filtru	28
Příklad 2D: Mediánový filtr pro odstranění šumu z obrazu	31
Kapitola 3: Metody zvýraznění užitečné složky a potlačení šumu	34
Příklad 3A: +/- průměrování	34
Příklad 3B: Kumulace obrázku Lenny	37
Příklad 3C: Detekce repetice v EKG	40
Kapitola 4: Modely časových řad	42
Příklad 4A: Ergodicita a stacionarita časových řad	43
Příklad 4B: Dekompozice časových řad 1	44
Příklad 4C: Dekompozice časových řad 2	48
Příklad 4D: Exponenciální vyhlazování a predikce	53
Příklad 4E: Vzájemná informace	56
Kapitola 5: Adaptivní zpracování a predikce časových řad	60
Příklad 5A: Optimální filtrace pro identifikaci neznámého systému	60
Příklad 5B: LMS filtr pro identifikaci distortion efektu	61
Příklad 5C: LMS filtr pro odstranění šumu ze zvukového záznamu	63
Příklad 5D: RLS algoritmus pro identifikaci systému a odstranění šumu	65

POKYNY K VYPRACOVÁNÍ PŘÍKLADŮ

Na jednom z níže uvedených odkazů si stáhněte složku s příklady:

Matematická biologie ¹

Portál Lékařské fakulty Masarykovy univerzity ²

Postupně vypracujte příklady, které jsou v kořenové složce s názvem „příklad_“ (za podtržítkem následuje číslo kapitoly z učebnice Lineární a adaptivní zpracování dat (<https://www.iba.muni.cz/res/file/ucebnice/schwarz-linearni-a-adaptivni-zpracovani-dat.pdf>) a písmeno, které označuje pořadí příkladu. Každý soubor s příkladem obsahuje rozřešený kód s úkoly na doplnění částí kódu. Správné výsledky jsou uvedeny níže v tomto dokumentu. Složka s příklady dále obsahuje podsložky s daty a funkcemi. Součástí některých příkladů je doplnění kódu ve funkci.

¹ <http://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analyza-a-modelovani-dynamickych-biologicky-dat--linearni-a-adaptivni-zpracovani-dat-resene-ulohy-v-matlabu>

² <http://portal.med.muni.cz/clanek-672-linearni-a-adaptivni-zpracovani-dat-resene-ulohy-v-matlabu.html>

KAPITOLA 1: SYSTÉMY, SIGNÁLY A ČASOVÉ ŘADY

Příklad 1A: Časové řady a jejich spektrum

Cílem příkladu je vytvořit harmonickou časovou řadu odpovídající tónu ,komorní a', dále časovou řadu, která odpovídá součtu 3 tónů (C, E, G) a lze ji tak interpretovat jako akord C. Následně tyto řady převést do frekvenční domény a pozorovat, jak vypadá jejich spektrum. Nakonec pozorujte a interpretujte spektrum na reálném měření průměrné měsíční rychlosti větru v Brně Tuřanech mezi lety 1961–2016.

Úkol 1: Sestrojení tónu ,komorní a'

% Sestrojte periodicky signal odpovidajici tonu ,komorni a' o frekvenci
% 440 Hz, vzorkovany frekvenci 8192Hz o delce 5s.

% Definujte vzorkovaci frekvenci:

FS = 8192;

% Vypocitejte vzorkovaci periodu:

Ts = 1/FS;

% Zvolte delku tonu 5s:

t = 0:Ts:5;

% Urcete frekvenci tonu:

A_FREQUENCY = 440;

% Pomoci parametru definovanych vyse a funkce sinus vytvorte ton komorni a:

a = sin(2*pi*A_FREQUENCY*t);

sound(a, FS)

% Pozn.: Funkce sound implicitne pocita s vzorkovaci frekvenci 8192Hz,

% pokud je ton vzorkovan touto frekvenci, lze parametr FS vynechat.

% Zobrazte frekvencni spektrum tonu a:

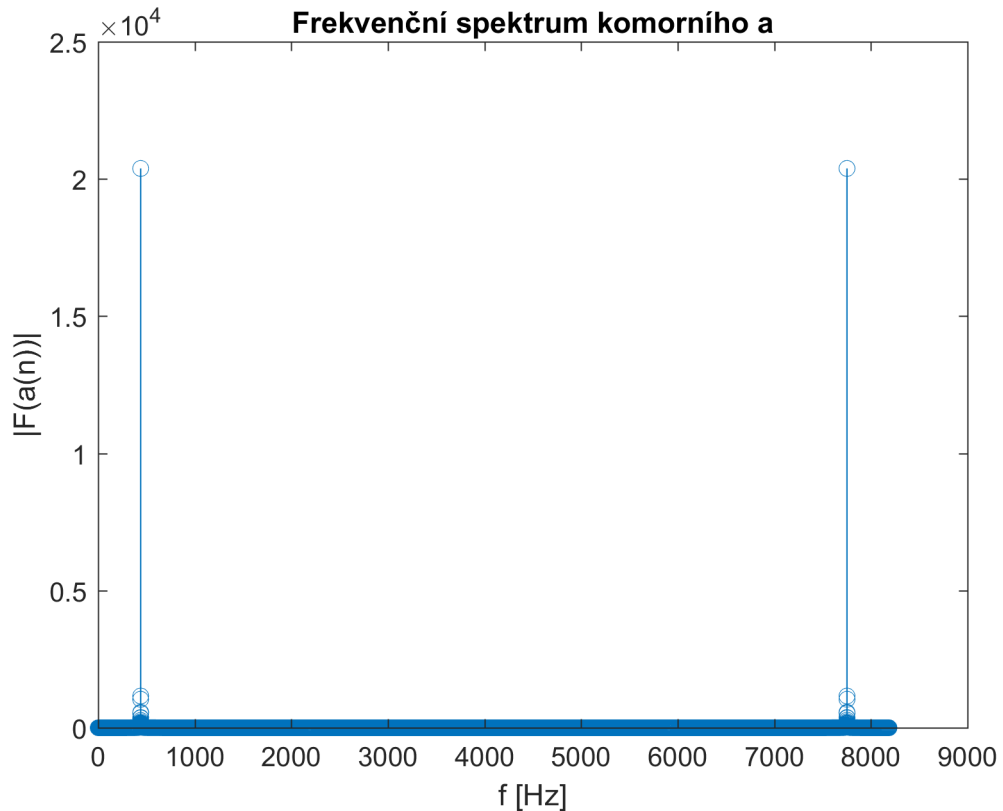
spectrum = fft(a);

lenSpe = length(spectrum);

x = 0:FS/lenSpe:(FS-FS/lenSpe);

stem(x, abs(spectrum)); % Obrazek 1A1

title('Frekvenční spektrum komorního a'); xlabel('f [Hz]'); ylabel('|F(a(n))|');



Obrázek 1A1: Frekvenční spektrum komorního a

Úkol 2: Sestrojte akord C, který se skládá z tónů C, E a G o frekvencích 523Hz, 659Hz a 784Hz

% Definujte frekvence tonu c, e a g:

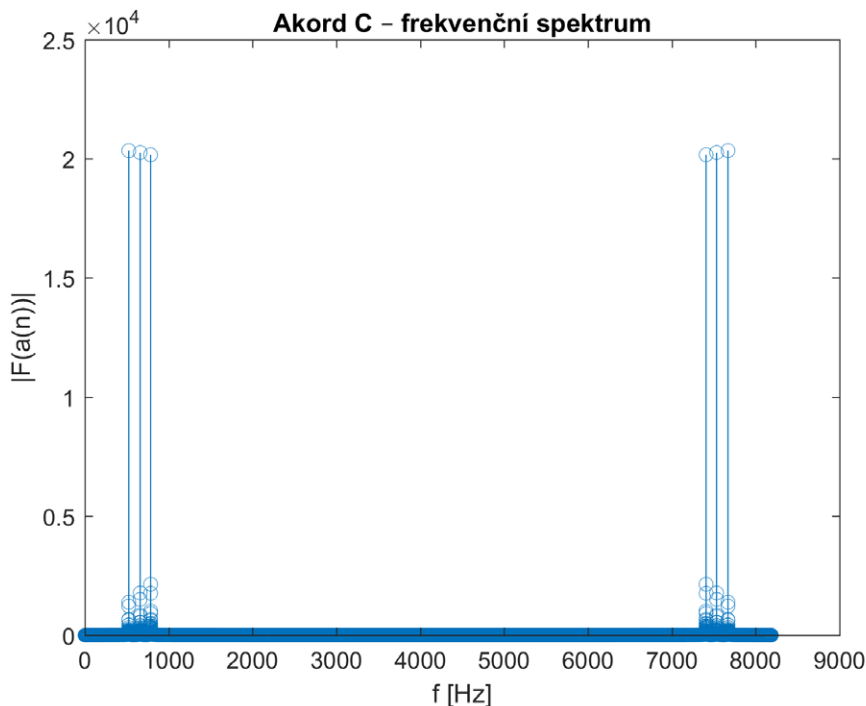
```
C_FREQUENCY = 523;
E_FREQUENCY = 659;
G_FREQUENCY = 784;
```

% Sestrojte akord C:

```
chordC = sin(2*pi*C_FREQUENCY*t) + sin(2*pi*E_FREQUENCY*t)
+ sin(2*pi*G_FREQUENCY*t);
sound(chordC)
```

% Prohlednete si jeho frekvencni spektrum:

```
spectrum = fft(chordC);
lenSpe = length(spectrum);
x = 0:FS/lenSpe:(FS-FS/lenSpe);
stem(x, abs(spectrum)); % Obrazek 1A2
title('Akord C - frekvenční spektrum'); xlabel('f [Hz]'); ylabel('|F(a(n))|');
```



Obrázek 1A2: Frekvenční spektrum akordu C

Úkol 3: Spektrum průměrné měsíční rychlosti větru v Brně-Tuřanech mezi lety 1961–2016

% Odhadnete jaké frekvence obsahuje časová řada, \data\prumerna_mesicni_rychlost_vetru_turany.csv':

% Zdroj dat: <http://portal.chmi.cz/historicka-data/pocasi/denni-data#>
 % (Průměrná denní rychlost větru byla převedena na průměrnou měsíční rychlost větru.)

```
windSpeed = csvread(char(strcat(pwd, \data\prumerna_mesicni_rychlost_vetru_turany.csv')));
```

```
stem(windSpeed), title('Průměrná měsíční rychlost větru'), xlabel('rok'), ylabel('v [m/s]')
set(gca, 'xtick', 1:48:length(windSpeed), 'xticklabel', num2cell(1961:4:2016))
```

% Doplněte vzorkovací frekvenci:

```
FS = 1; % 1 vzorek za mesic
```

% Aplikujte rychlou fourierovu transformaci:

```
spectrum = fft(windSpeed);
```

% Vykreslete frekvenční spektrum a interpretujte:

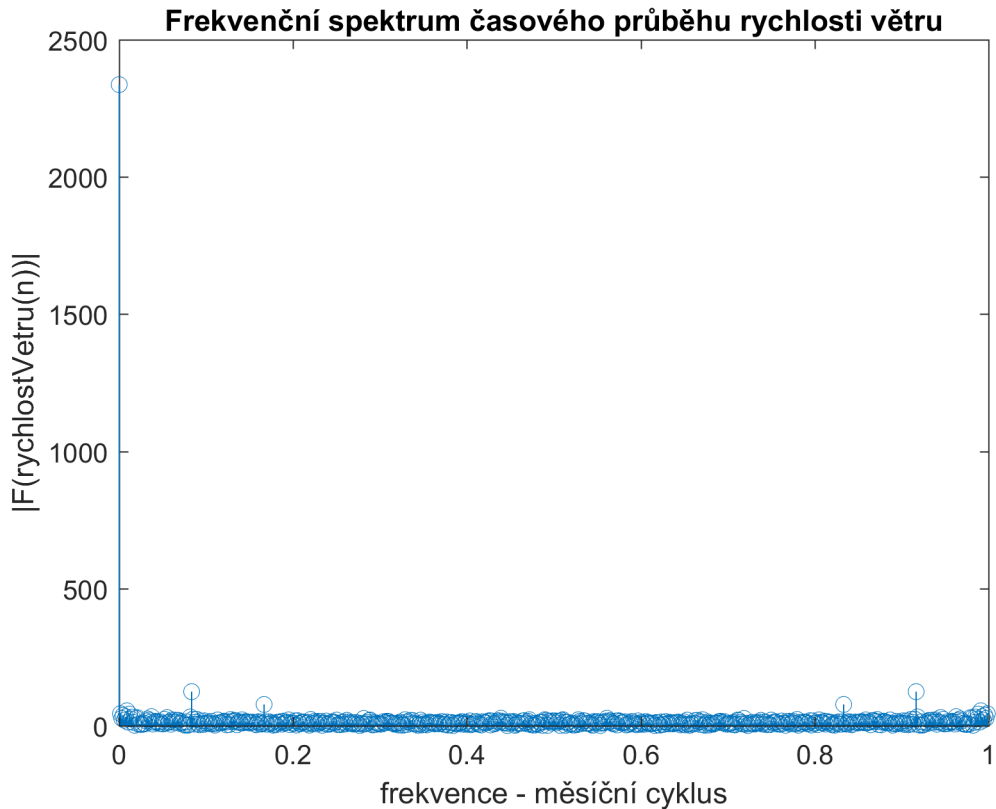
```
lenSpe = length(spectrum);
```

```
x = 0:FS/lenSpe:(FS-FS/lenSpe);
```

```
stem(x, abs(spectrum)); % Obrázek 1A3
```

```
title('Frekvenční spektrum časového průběhu rychlosti větru'); xlabel('frekvence - měsíční cyklus'); ylabel('|F(rychlostVetru(n))|');
```

% Časová řada obsahuje periodické děje s pulocí (f = 0.1667) a roční periodou (f = 0.08333).



Obrázek 1A3: Frekvenční spektrum rychlosti větru

Příklad 1B: Základní popis systému

Určete diferenční rovnici, impulzní charakteristiku a přenosovou funkci klouzavého aritmetického průměru o 3 vzorcích. Vykreslete jeho frekvenční charakteristiku a vyšetřete jeho stabilitu (ve frekvenční i časové oblasti) a nakonec určete jeho vlastnosti (kauzalita, časová invariančnost, linearita).

Úkol 1: Určete diferenční rovnici:

$$\% y(k) = (1/3)*x(k) + (1/3)*x(k-1) + (1/3)*x(k-2);$$

Úkol 2: Napište impulzní charakteristiku:

$$h = [1/3 \ 1/3 \ 1/3];$$

Úkol 3: Určete přenosovou funkci:

$$\% H(z) = (1/3) + (1/3)*z^{-1} + (1/3)*z^{-2};$$

Úkol 4: Nakreslete frekvenční charakteristiku:

```
[H,w] = freqz(h,1,'whole'); % whole - na cele jednotkove kruznici
plot(w,abs(H)); % Obrazek 1B1
title('Frekvenční charakteristika')
xlabel('\omega [rad/s]')
ylabel('|G(\omega)|')
```


Úkol 5: Komentujte stabilitu systému:

% a) V časové doméně:

% Podle konečného součtu vzorku impulzní charakteristiky je zřejmé, že je

% systém stabilní.

```
if (sum(abs(h)) < Inf)
```

```
    disp('Stabilní')
```

```
else
```

```
    disp('Nestabilní')
```

```
end
```

% b) Ve frekvenční doméně:

zplane(h,1) % Všechny póly přenosové funkce jsou umístěny v jednotkové kružnici (Obrázek 1B2)

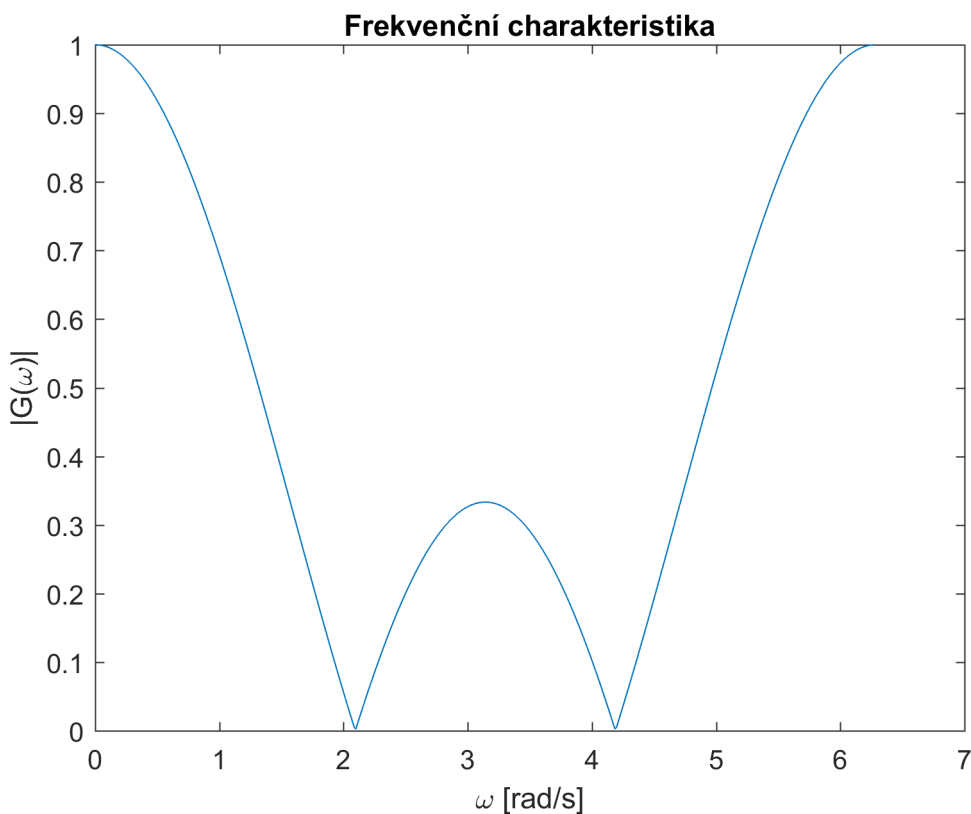
```
xlabel('Re'), ylabel('Im')
```

Úkol 6: Je systém...

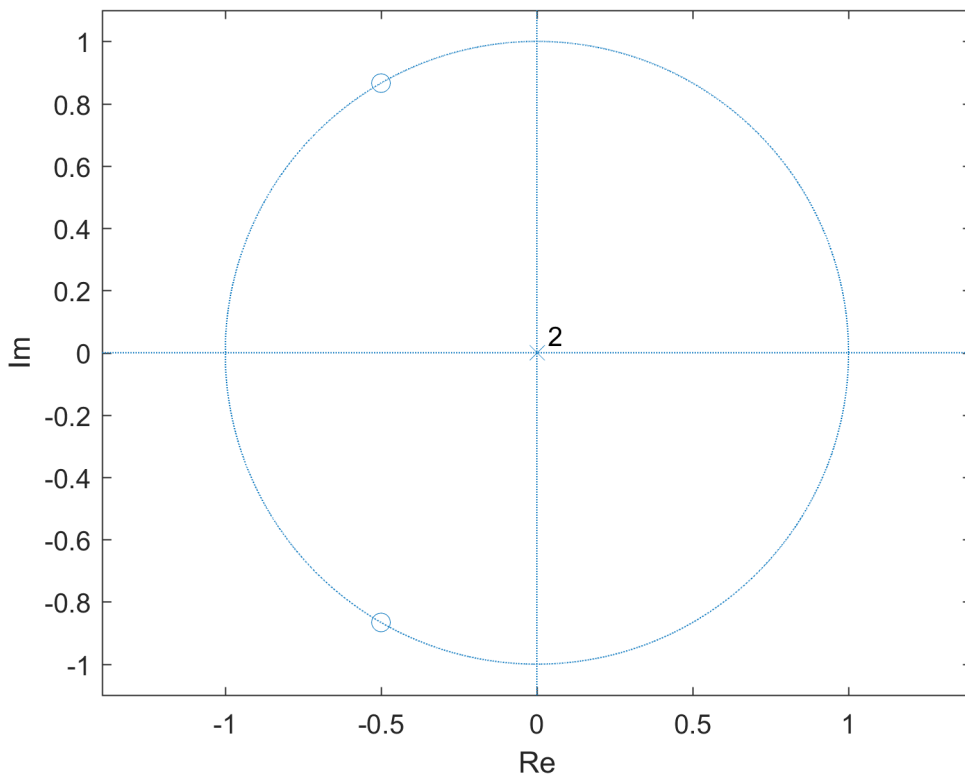
...kauzální? ANO – chování systému závisí pouze na současné hodnotě a minulých hodnotách

...časově invariantní? ANO – chování systému se v čase nemění

...lineární? ANO – systém popisují lineární diferenciální rovnice, lze uplatnit princip superpozice



Obrázek 1B1: Frekvenční charakteristika



Obrázek 1B2: Jednotková kružnice

Příklad 1C: Diskretizace signálu a aliasing

Uvažujme úlohu, ve které chceme navzorkovat signál, a získat tak časové řady pro další zpracování. Cílem úkolu bude identifikovat aliasing a určit správnou vzorkovací frekvenci.

Úkol 1: Vytvoření časových řad

% Vytvorte casove rady s frekvenci 10Hz a 25Hz a jejich soucet:

% Casova rada 1: frekvence = 10Hz, amplituda = 1, delka trvani = 1s, pocet
% vzorku 1000

```
FREQUENCY_1 = 10;
t = linspace(0,1,1000);
yla = cos(2*pi*FREQUENCY_1*t);
subplot(3,1,1) % Obrazek 1C1
plot(t,yla)
title('Harmonický signál s frekvencí 10Hz'), xlabel('čas')
```

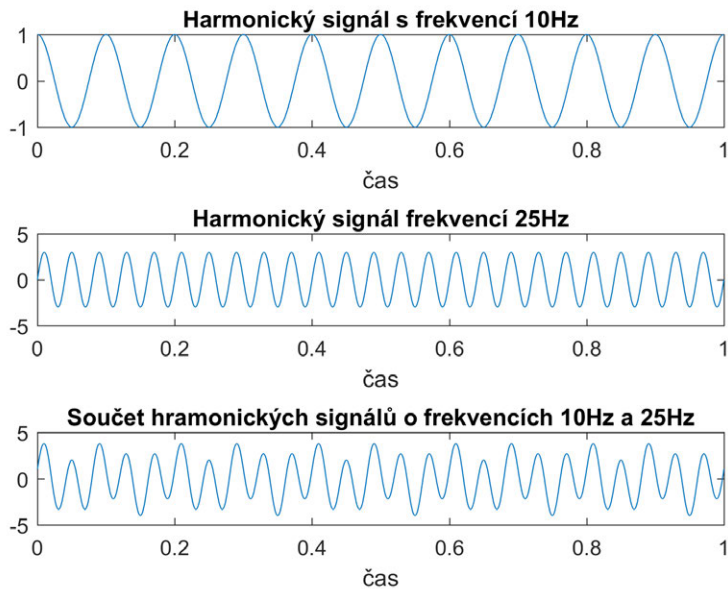
% Casova rada 2: frekvence = 25Hz, amplituda = 3, delka trvani = 1s, pocet
% vzorku 1000

```
FREQUENCY_2 = 25;
t = linspace(0,1,1000);
y2a = 3*sin(2*pi*FREQUENCY_2*t);
```

```
subplot(3,1,2)
plot(t,y2a)
title('Harmonický signál frekvencí 25Hz'), xlabel('čas')
```

% Casova rada 3: soucet obou casovych rad

```
ya = y1a + y2a;
subplot(3,1,3)
plot(t,ya)
title('Součet hramonických signálů o frekvencích 10Hz a 25Hz'), xlabel('čas')
```



Obrázek 1C1: Harmonické signály (10Hz, 25Hz) a jejich součet

Úkol 2: Identifikace aliasingu

% Urcete zda jsou nasledujici pokusy o navzorkovani uspesne. Je signal % podvzorkovany? Pozorujte aliasing.

% Vzorkovani 1

```
figure, subplot(2,1,1) % Obrazek 1C2
plot(t,y1a), hold on
sampling = linspace(0,1,21);
y1b = cos(2*pi*FREQUENCY_1*sampling);
plot(sampling,y1b, '+')
title('Signál vzorkovaný minimální správnou vzorkovací frekvencí'), xlabel('čas')
legend({'Harmonický signál s frekvencí 10Hz', 'Vzorkování'})
hold off
```

% Casova rada 1 je vzorkovana vice jak 2 vzorky za periodu, neni % podvzorkovana.

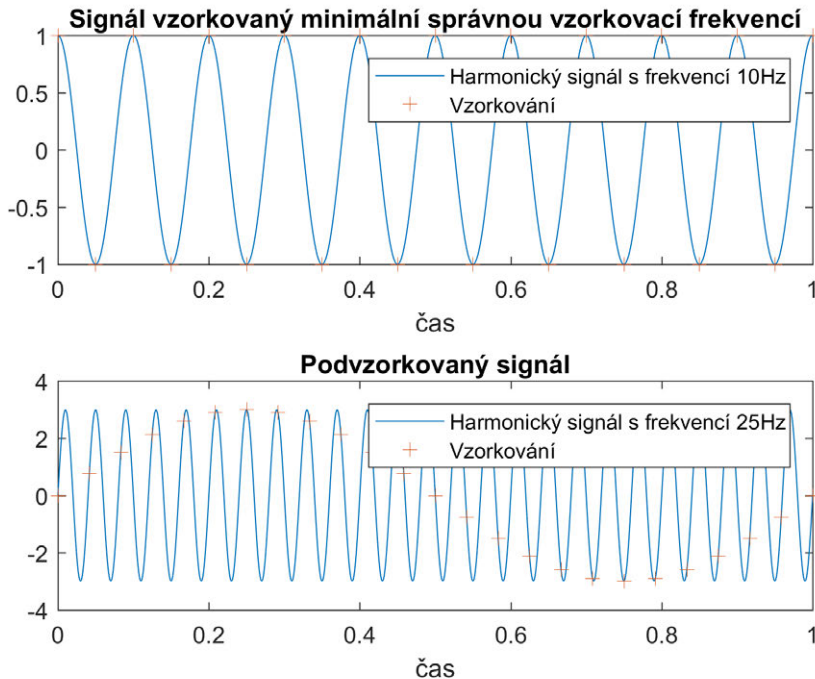
% Vzorkovani 2

```
subplot(2,1,2)
plot(t,y2a), hold on
```

```

sampling = linspace(0,1,25);
y2b = 3*sin(2*pi*FREQUENCY_2*sampling);
plot(sampling,y2b, '+')
title('Podvzorkovaný signál'), xlabel('čas')
legend({'Harmonický signál s frekvencí 25Hz', 'Vzorkování'})
% Casova rada 2 je vzorkovana 1 vzorkem za periodu, je podvzorkovana.

```



Obrázek 1C2: Správně vzorkovaný signál a podvzorkovaný signál

Úkol 3: Vzorkování

% Nasledující signaly vzorkujte minimalni správnou vzorkovací frekvencí:

% Aby byl signal správně navzorkovaný, musí být vzorkovací frekvence vyšší
 % než dvojnásobek frekvence harmonické složky o nejvyšší frekvenci, která
 % se nachází ve vzorkovaném signálu.

```

% Casova rada 1 s frekvencí 10Hz
figure, subplot(3,1,1) % Obrázek 1C3
plot(t,y1a), hold on
sampling = linspace(0,1,21);
% Alespon 21 vzorku zajisti splneni vzorkovaciho teoremu
y1b = cos(2*pi*FREQUENCY_1*sampling);
plot(sampling,y1b, '+'), xlabel('čas')
title('Navzorkovaný harmonický signál s frekvencí 10Hz')

```

```

% Casova rada 2 s frekvencí 25Hz
subplot(3,1,2)
plot(t,y2a), hold on
sampling = linspace(0,1,51);

```

% Alespon 51 vzorku zajisti splneni vzorkovaciho teoremu

```
y2b = 3*sin(2*pi*FREQUENCY_2*sampling);
```

```
plot(sampling,y2b,'+'), xlabel('čas')
```

```
title('Navzorkovaný harmonický signál s frekvencí 25Hz')
```

% Soucet obou casovych rad

```
subplot(3,1,3)
```

```
plot(t,ya), hold on
```

```
sampling = linspace(0,1,51);
```

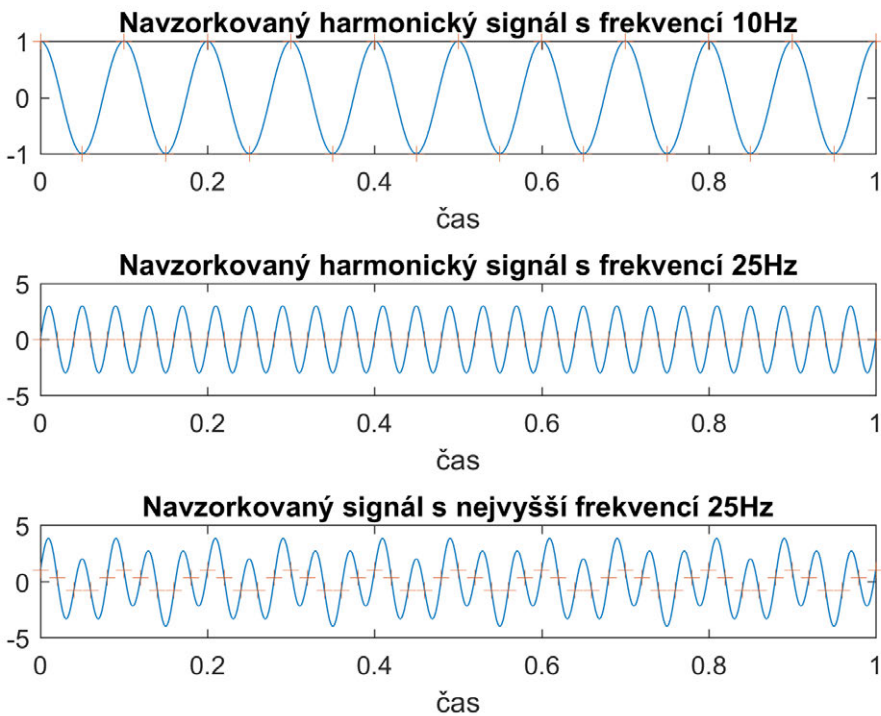
% Alespon 51 vzorku zajisti splneni vzorkovaciho teoremu, neboť harmonická

% složka s frekvencí 25Hz je nejvyšší.

```
yb = cos(2*pi*FREQUENCY_1*sampling) + 3*sin(2*pi*FREQUENCY_2*sampling);
```

```
plot(sampling,yb,'+'), xlabel('čas')
```

```
title('Navzorkovaný signál s nejvyšší frekvencí 25Hz')
```



Obrázek 1C3: Vzorkování signálu

Příklad 1D: Výpočet konvoluce

Vytvořte funkci pro výpočet konvoluce a aplikujte ji na vyhlazení časové řady měření diastolického krevního tlaku.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete data z data\diastolicky_tlak.mat
% Diastolicky krevni tlak [mm Hg] mereny po hodine během dne:
load(char(strcat(pwd, '\data\diastolicky_tlak.mat')));
% Popiste o jaka jde data:
% jednorozmerna, nezavisla promenna je cas
```

Úkol 2: Impulzní charakteristika

```
% Do vektoru ,h' ulozte impulzni charakteristiku klouzaveho aritmetickeho
% prumeru o delce 3 vzorky:
h = [1/3 1/3 1/3];
```

```
% Popiste, o jaky jde system:
% kauzalni, casove invariantni, linearni
```

Úkol 3: Doplnění funkce ,convolution'

```
% Doplnte vzorec pro konvoluci do funkce funkce\convolution.m
% Zajistete, aby byla funkce pristupna tomuto skriptu:
cd(',funkce');
```

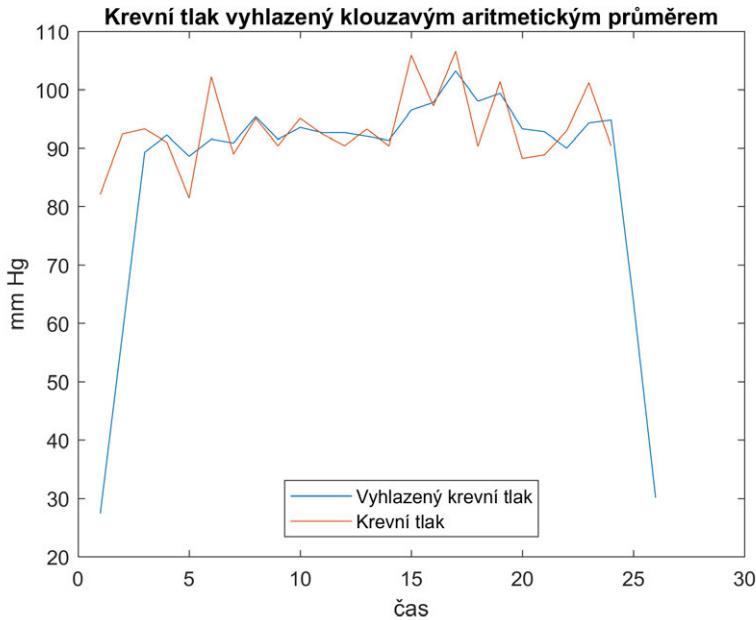
Úkol 4: Aplikace konvoluce

```
% Vypocitejte odezvu systemu popsaneho impulzni charakteristikou z ukolu 2
% na vstup signalu z ukolu 1:
result = convolution(diastolicPressure, h);
```

Úkol 5: Vykreslení výsledku

```
% Vykreslete vysledek, porovnejte s puvodni casovou radou a diskutujte
% rozdilnou delku obou casovych rad.
figure, plot(result) % Obrazek 1D1
hold on
plot(diastolicPressure)
xlabel(',čas')
ylabel(',mm Hg')
title(',Krevní tlak vyhlazený klouzavým aritmetický průměrem')
legend({'Vyhlazený krevní tlak', 'Krevní tlak'}, ',location', ',south')
```

```
% Delka vysledku konvoluce je dana vzorcem: n+m-1, kde n - pocet vzorku
% casove rady, m - pocet vzorku konvolucniho jadra. Vysledek je dale mozne
% orezat a ponechat jen validni vzorky (napr. u funkce conv argument ,valid').
```



Obrázek 1D1: Výsledek vyhlazení diastolického krevního tlaku

Funkce: convolution

```
function result = convolution(timeSeries, kernel)
% convolution - funkce pro pocitani konvoluce diskretniho signalu a
%   konvolucniho jadra
%
% result = convolution(timeSeries, kernel)

% Deklarujte:
% n - pocet vzorku casove rady
% m - pocet vzorku konvolucniho jadra
n = length(timeSeries);
m = length(kernel);
stepsNum = n + m - 1;
result = zeros(1,stepsNum);

for i = 1:stepsNum

    helper = 0;
    for j = max(1,i+1-m):1:min(i,n)

        % Doplnte vzorec pro konvoluci:
        helper = helper + timeSeries(j) .* kernel(i-j+1);

    end

    result(i) = helper;
end
end
```

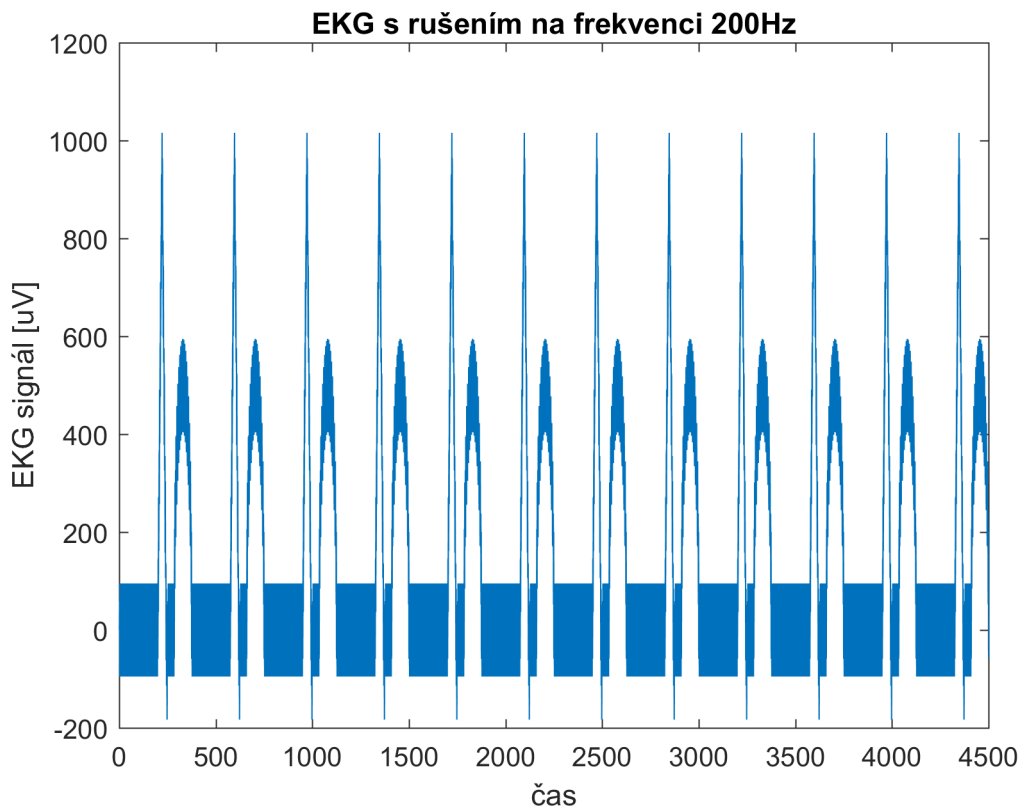
KAPITOLA 2: LINEÁRNÍ FILTRACE

Příklad 2A: Návrh filtru metodou okénka

Navrhňte FIR filtr pro odstranění rušení z dat EKG. Pro návrh filtru použijte metodu okénka.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete data \data\ekg.mat
% Data byla vymodelovana pomoci nastroje:
% https://www.physionet.org/physiotools/matlab/ECGwaveGen/
% Frekvence vzorkovani = 500Hz
% Ruseni na frekvenci 200Hz.
load(char(strcat(pwd, '\data\ekg.mat')));
FS = 500;
plot(ecg) % Obrazek 2A1
title('EKG s rušením na frekvenci 200Hz'), ylabel('EKG signál [uV]'), xlabel('čas')
```



Obrázek 2A1: EKG s rušením

Úkol 2: Spektrum signálu

```
% Nejprve se podivejte na spektrum signalu:
samplesNum = length(ecg);
samplesFftNum = 2.^nextpow2(samplesNum);
```



```
% Pozn.: 2.^nextpow2(x) najde prvni mocninu 2 na nejake cislo takovou, aby  
% byl vysledek vyssi nez x. FFT se dela pro takto definovany pocet vzorku,  
% a jeji vypocet je rychlejsi.
```

```
% Pro vypocet frekvenčního spektra pouzijte diskretni Fourierovu  
% transformaci (DFT) signalu, a to pomoci algoritmu rychle DFT:  
spectrum = fft(ecg, samplesFftNum);  
% Pozn. pokud je ‚samplesFftNum‘ vyssi nez pocet vzorku signalu, pak je  
% pro vypocet DFT signal doplnen nulami
```

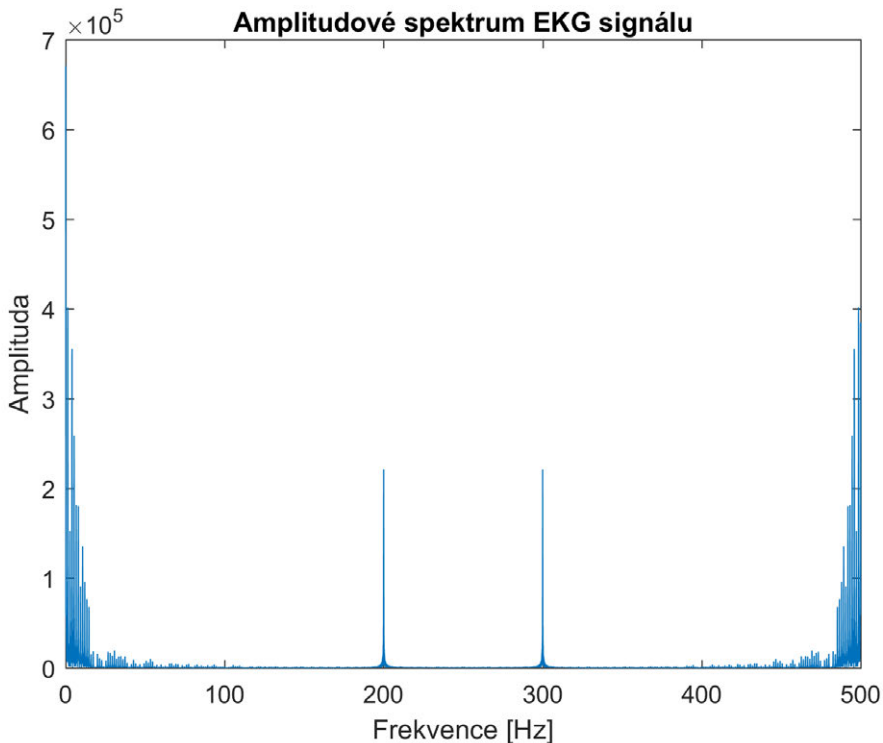
```
% Vykreslete amplitudovou cast frekvencniho spektra (vysledkem DFT je  
% komplexni posloupnost).
```

```
x = 0:FS/samplesFftNum:(FS-FS/samplesFftNum);  
figure, plot(x, abs(spectrum)) % Obrazek 2A2  
title(‚Amplitudové spektrum EKG signálu‘)  
ylabel(‚Amplituda‘), xlabel(‚Frekvence [Hz]‘)
```

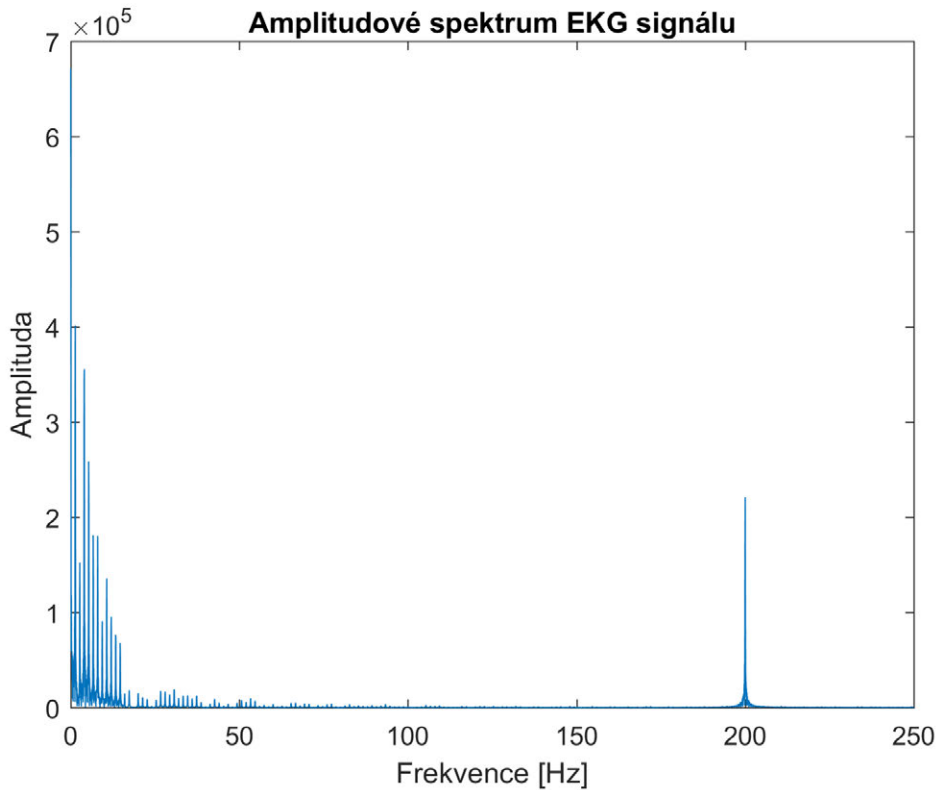
```
% Z grafu lze pozorovat symetrii spektra, pro veskerou informaci staci  
% vykreslit polovina grafu:
```

```
spectrum = spectrum(1:samplesFftNum/2);  
x = 0:FS/2/(samplesFftNum/2):(FS/2-FS/2/(samplesFftNum/2));  
figure, plot(x, abs(spectrum)) % Obrazek 2A3  
title(‚Amplitudové spektrum EKG signálu‘)  
ylabel(‚Amplituda‘), xlabel(‚Frekvence [Hz]‘)
```

```
% Pozn: V grafu je videt uzkopasmove ruseni na frekvenci 200Hz, proto  
% v dalsim kroku vytvorime filtr, který odstrani frekvence vyssi nez 190Hz.
```



Obrázek 2A2: Amplitudové spektrum EKG



Obrázek 2A3: Amplitudové spektrum EKG (postačující graf)

Úkol 2: Návrh filtru

% Použijte funkci ,fir1', která vytváří FIR filtr metodou okenka, nastavte
% rad filtru a cut-off frekvenci. Funkce vrací koeficienty impulzní
% charakteristiky.

% Do proměnné ,thresholdFreq' uložte frekvenci 190Hz normalizovanou na
% Nyquistovu frekvenci.
thresholdFreq = 190/(FS/2);

% Nastavte proměnnou ,rad' definující rad filtru:
rad = 100; % Například filtr radu 100

% Vytvořte filtr:
h = fir1(rad, thresholdFreq);

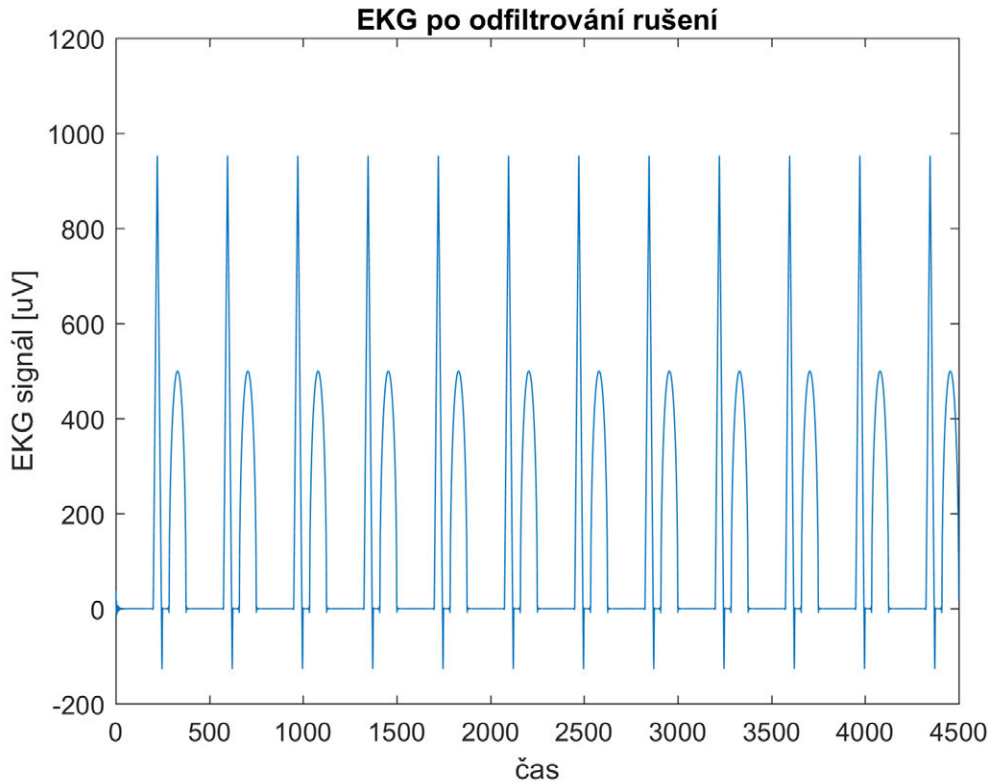
Úkol 3: Aplikace filtru

% Pro očištění signálu použijte konvoluci s impulzní charakteristikou
% vytvořeného FIR filtru.
ecgPure = conv(ecg,h,'same');
% Parametr ,same' určuje vrácení pouze centrální části konvoluce tak, aby
% délka výstupní časové rady odpovídala délce vstupní časové rady.

% Zobrazte ocisteny signal:

```
figure, plot(ecgPure) % Obrázek 2A4
```

```
title('EKG po odfiltrování rušení'), ylabel('EKG signál [uV]'), xlabel('čas'), ylim([-200 1200])
```



Obrázek 2A4: EKG očištěné od rušení

Úkol 4: Vlastnosti filtru

% Vypocítejte frekvencni charakteristiku filtru (amplitudovou i fazovou):

```
fCh = fft(h, samplesFftNum);
```

```
fCh = fCh(1:samplesFftNum/2);
```

% Doplníte kod pro vykresleni amplitudove a fazove frekvencni

% charakteristiky:

```
figure, plot(x, abs(fCh)) % Obrázek 2A5
```

```
title('Modulová frekvenční charakteristika'), ylabel('Zesílení'), xlabel('Hz')
```

% Filtr tlumi signal na frekvenci 200Hz

```
figure, plot(x, angle(fCh)) % Obrázek 2A6
```

```
title('Fázová frekvenční charakteristika'), ylabel('Fáze'), xlabel('Hz')
```

% A pro uplnost overte jeho stabilitu. Jde o FIR filtr, tedy musi byt

% stabilni. Póly jsou uvnitř jednotkové kružnice.

```
figure, zplane(fft(h),1) % Obrázek 2A7
```

```
xlabel('Re'), ylabel('Im')
```

% Pozn. Filtrace signalu lze provést i ve frekvencní domene (naznačuje % následující graf).

```
s = abs(spectrum);
```

```
s = s/max(s(:));
```

```
plot(x,s), hold on, plot(x,abs(fCh)); % Obrazek 2A8
```

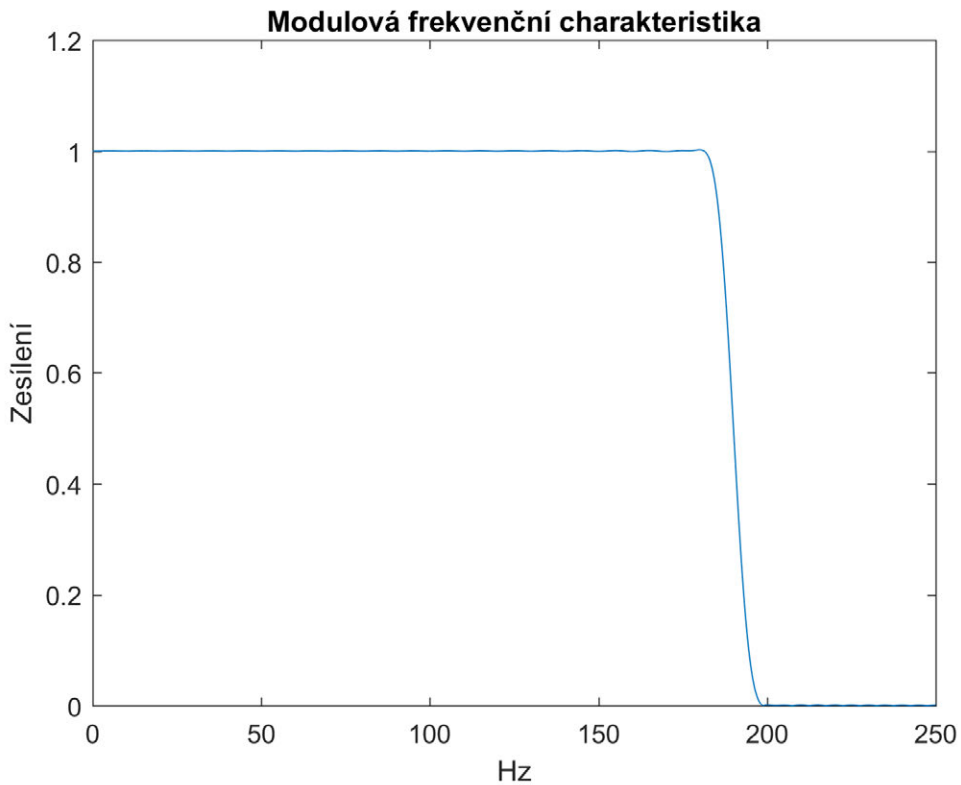
```
legend({'Amplitudové spektrum EKG signálu (normalizované)', 'Modulová frekvenční charakteristika FIR filtru'});
```

```
xlabel('Hz');
```

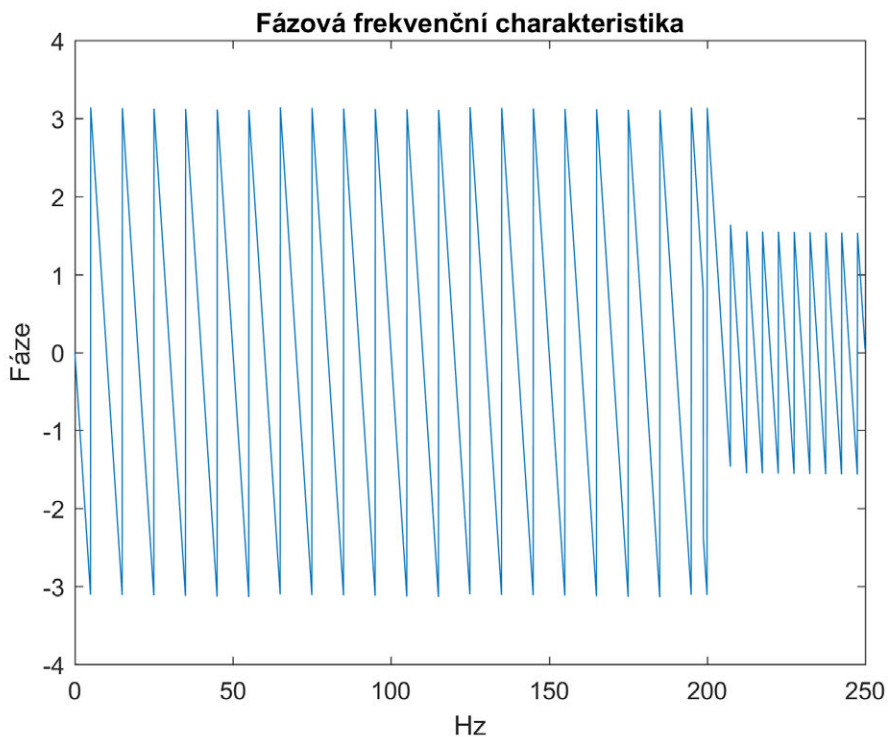
```
freqDomainFiltering = fCh.*spectrum; % Nasobení ve frekvencní domene odpovídá konvoluci v časové domene.
```

```
figure, plot(x, abs(freqDomainFiltering)); % Obrazek 2A9
```

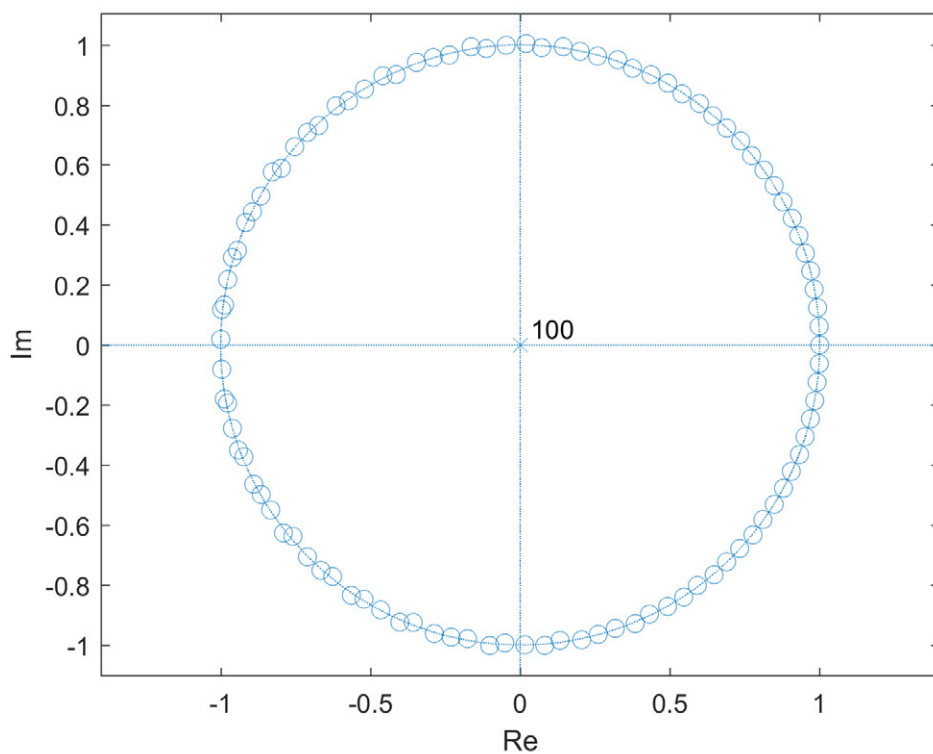
```
title('Amplitudové spektrum očištěného EKG signálu'), xlabel('Hz'), ylabel('Amplituda')
```



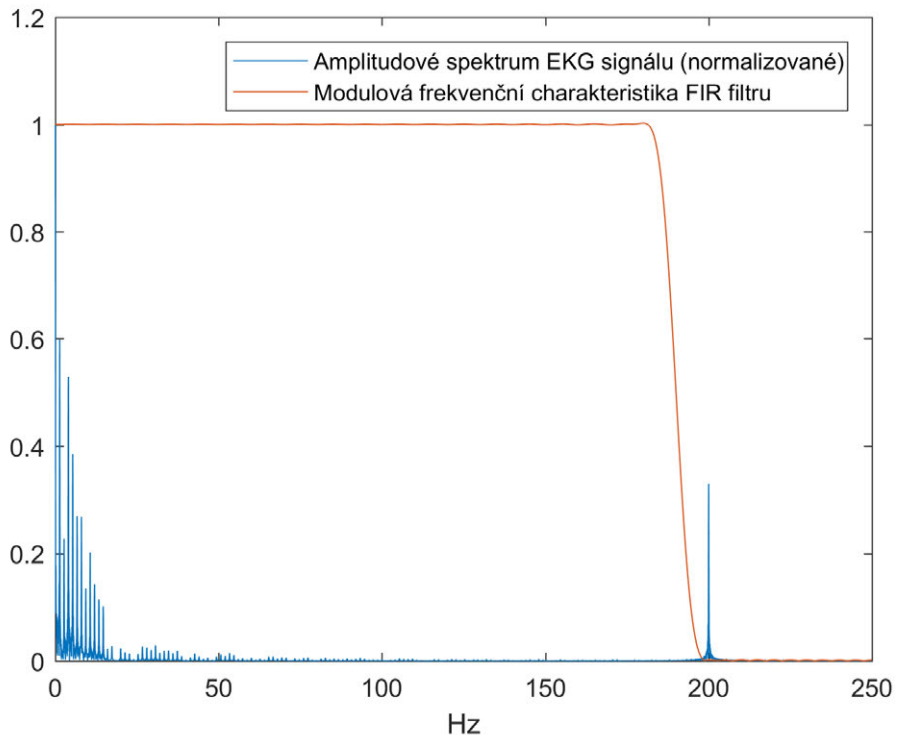
Obrázek 2A5: Modulová frekvenční charakteristika filtru



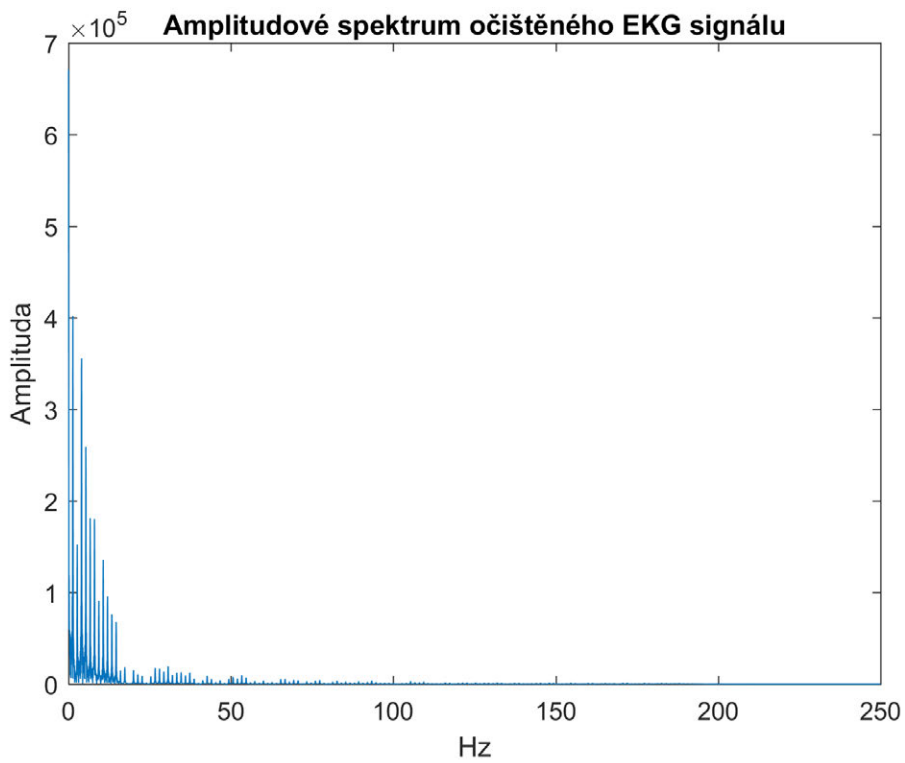
Obrázek 2A6: Fázová frekvenční charakteristika filtru



Obrázek 2A7: Rozložení nul a pólů



Obrázek 2A8: Filtrace ve frekvenční doméně



Obrázek 2A9: Amplitudové spektrum EKG po filtraci

Úkol 5: Tvorba maticového grafu

% Na zaver udelejte maticovy graf o dimenzi 3x2, kde v levem sloupci bude
% casova domena a v pravem frekvencni domena. V 1. radku puvodni signal,
% ve druhem popis filtru (impulzni, frekvencni charakteristiky) a ve 3. radku
% filtrovany signal.

```
figure, subplot(3,2,1);  
plot(ecg); % Obrazek 2A10  
title('EKG signál v časové doméně s rušením na frekvenci 200Hz');  
ylabel('EKG signál [uV]');  
xlabel('Čas');  
ylim([-250, 1050]);
```

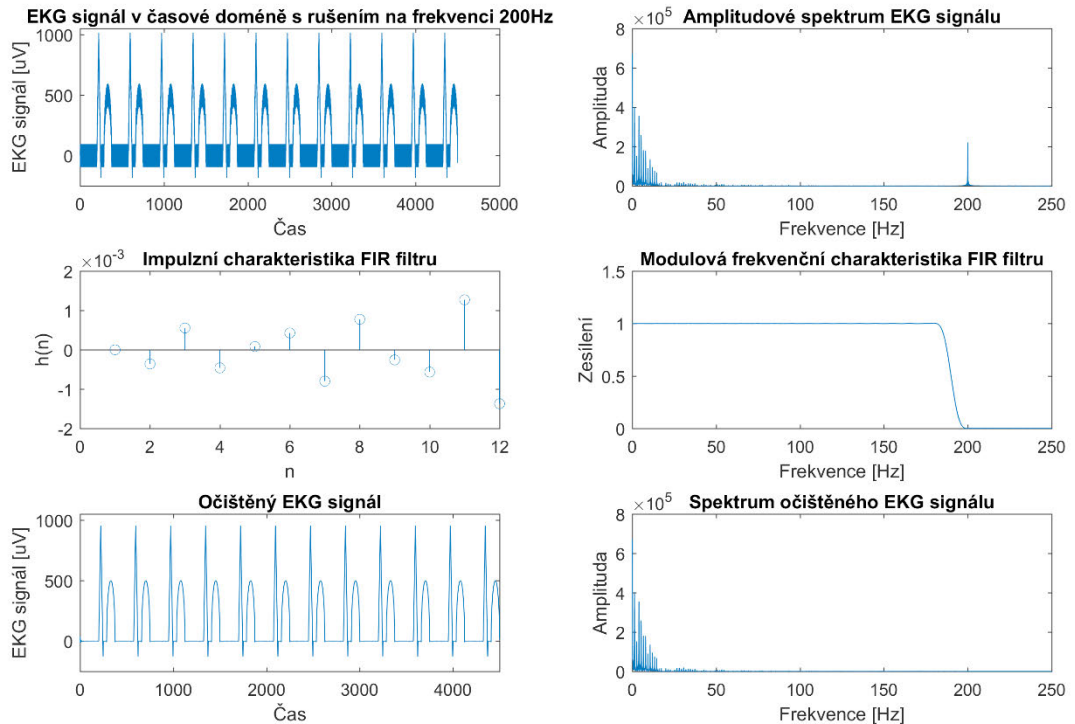
```
subplot(3,2,2);  
plot(x, abs(spectrum));  
title('Amplitudové spektrum EKG signálu');  
ylabel('Amplituda');  
xlabel('Frekvence [Hz]');
```

```
subplot(3,2,3);  
stem(h);  
title('Impulzní charakteristika FIR filtru');  
ylabel('h(n)');  
xlabel('n');  
xlim([0, 12]);
```

```
subplot(3,2,4);  
plot(x, abs(fCh));  
title('Modulová frekvenční charakteristika FIR filtru');  
ylabel('Zesílení');  
xlabel('Frekvence [Hz]');
```

```
subplot(3,2,5);  
plot(ecgPure);  
title('Očištěný EKG signál');  
ylabel('EKG signál [uV]');  
xlabel('Čas');  
ylim([-250, 1050]);  
xlim([0, 4500]);
```

```
subplot(3,2,6);  
plot(x, abs(freqDomainFiltering));  
title('Spektrum očištěného EKG signálu');  
ylabel('Amplituda');  
xlabel('Frekvence [Hz]');
```



Obrázek 2A10: Amplitudové spektrum EKG po filtraci

Příklad 2B: Návrh filtru metodou vzorkování frekvenční charakteristiky

Navrhnete FIR filtr pro odstranění rušení z dat EKG. Pro návrh filtru použijte metodu vzorkování frekvenční charakteristiky.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete data \data\ekg.mat
% Data byla vymodelovana pomoci nastroje:
% https://www.physionet.org/physiotools/matlab/ECGwaveGen/
% Frekvence vzorkovani = 500Hz
% Ruseni na frekvenci 200Hz.
load(char(strcat(pwd, '\data\ekg.mat')));
FS = 500;
```

Úkol 2: Návrh frekvenční charakteristiky filtru

```
% Navrhnete frekvencni charakteristiku filtru typu dolni propust pro odstraneni ruseni na
% frekvenci 200Hz. Pro srovnani zvolte stejny rad filtru jako u predchoziho prikkladu
% metody.
% Napr.: Pomocny graf:
stem(0:(FS/11):FS, ones(1,12)), xlabel('Hz'), ylabel('Zesílení')
```


% Vzorkovani frekvencni charakteristiky volime tak, aby hodnota fr.char.
% na frekvenci 200Hz nabyvala hodnoty 0.

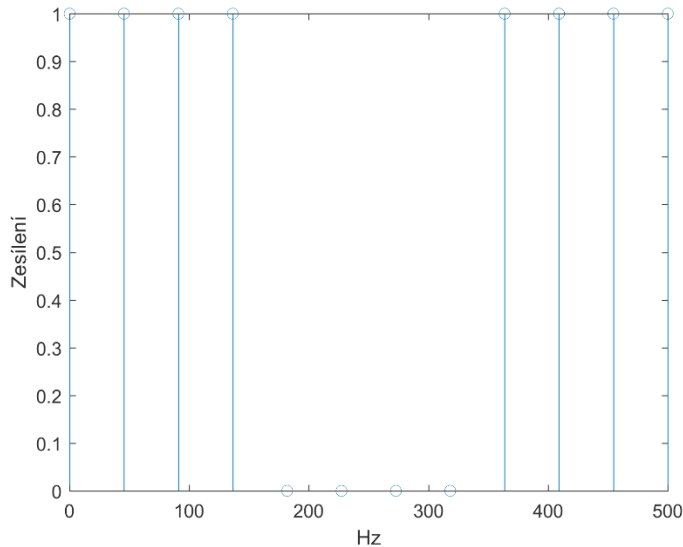
```
freqChar = ones(1,11);
```

```
freqChar(5:8) = 0;
```

```
figure, stem(0:(500/11):500, [freqChar 1]), xlabel(,Hz'), ylabel(,Zesileni') % Obrazek 2B1
```

% Ziskali jsme navzorkovanou frekvencni charakteristiku filtru, který

% odstrani ruseni na frekvenci 200Hz.



Obrázek 2B1: Vzorkování frekvenční charakteristiky

Úkol 3: Vytvoření filtru

% Provedte zpetnou Fourierovu transformaci frekv. char. a ziskejte impulzni
% charakteristiku filtru:

```
h = ifft(freqChar);
```

% „Abychom ziskali kauzalni filtr a symetrickou impulzni charakteristiku, je

% potreba zpozdit jeji vzorky o $(N-1)/2$.“

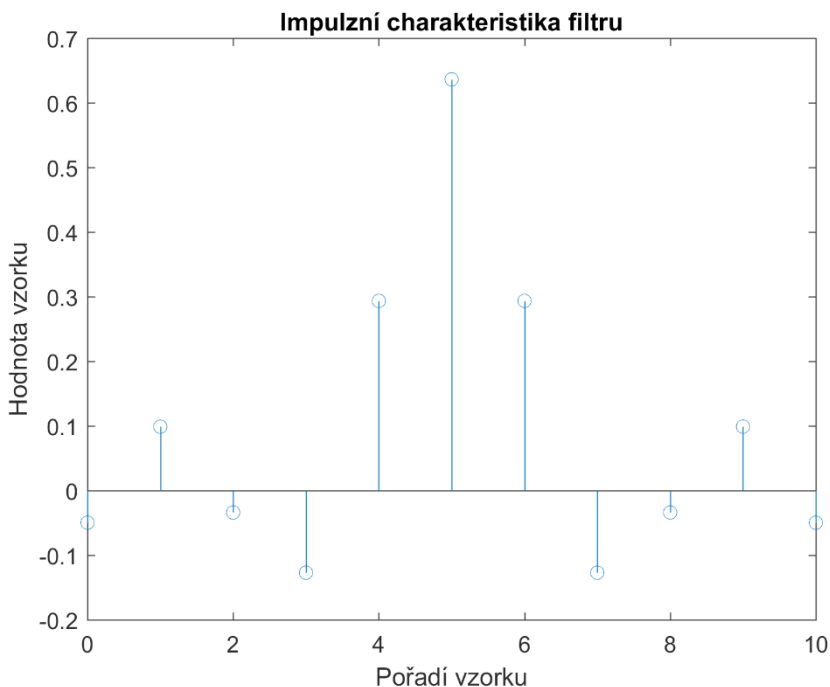
% Citace: Ing. Jiří Kozumplík, CSc., Ing. Radim Kolář, Prof. Ing. Jiří Jan, CSc., Číslicové
zpracování signálů v prostředí Matlab. Skriptum, 2001.

```
h = [h(ceil(length(h)/2)+1:end) h(1:ceil(length(h)/2))];
```

```
figure, stem(0:length(h)-1,h) % Obrazek 2B2
```

```
title(,Impulzni charakteristika filtru')
```

```
xlabel(,Poradi vzorku'), ylabel(,Hodnota vzorku')
```



Obrázek 2B2: Impulzní charakteristika filtru

Úkol 4: Frekvenční charakteristika a stabilita filtru

% Vykreslete spojitou modulovou a fazovou frekvenční charakteristiku filtru.

```
[G,w] = freqz(h,1,'whole');
```

```
x = w/2/pi*500;
```

```
plot(x,abs(G)) % Obrazek 2B3
```

```
title('Modulová frekvenční charakteristika'), xlabel('Hz'), ylabel('Zesílení')
```

% Pozn.: Vidíte, že dochází k tlumení na frekvenci 200Hz. Není to nicméně úplně
% utlumení na dané frekvenci. Pro zlepšení kvality je např. možné zvýšit
% řád filtru.

% Protože impulzní charakteristika je symetrická, má FIR filtr lineární

% fazovou charakteristiku.

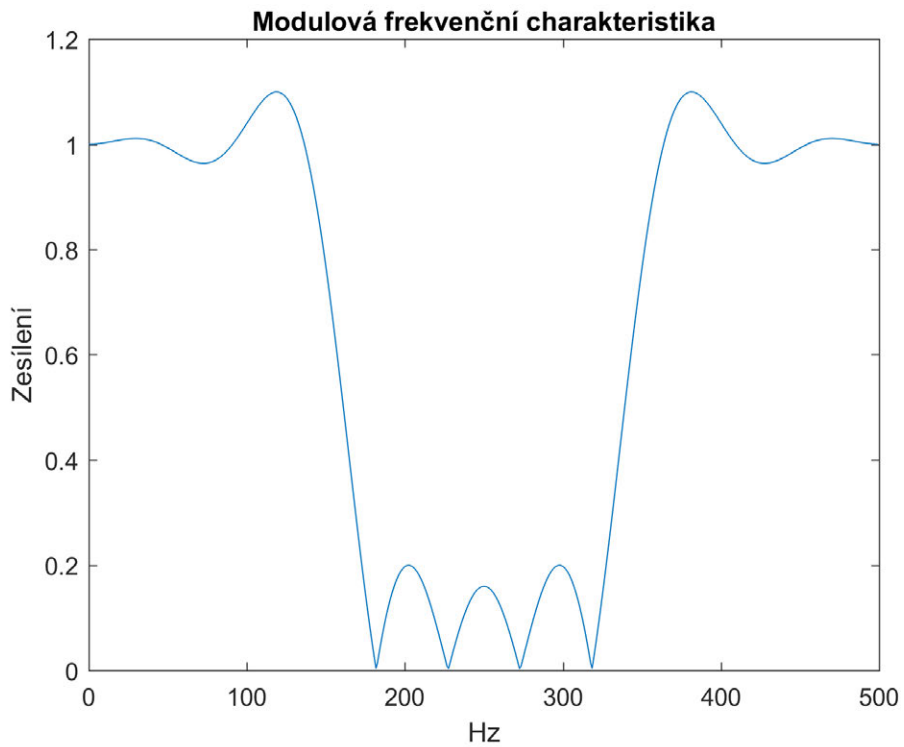
```
figure, plot(x,angle(G)) % Obrazek 2B4
```

```
title('Fázová frekvenční charakteristika'), xlabel('Hz'), ylabel('Fáze')
```

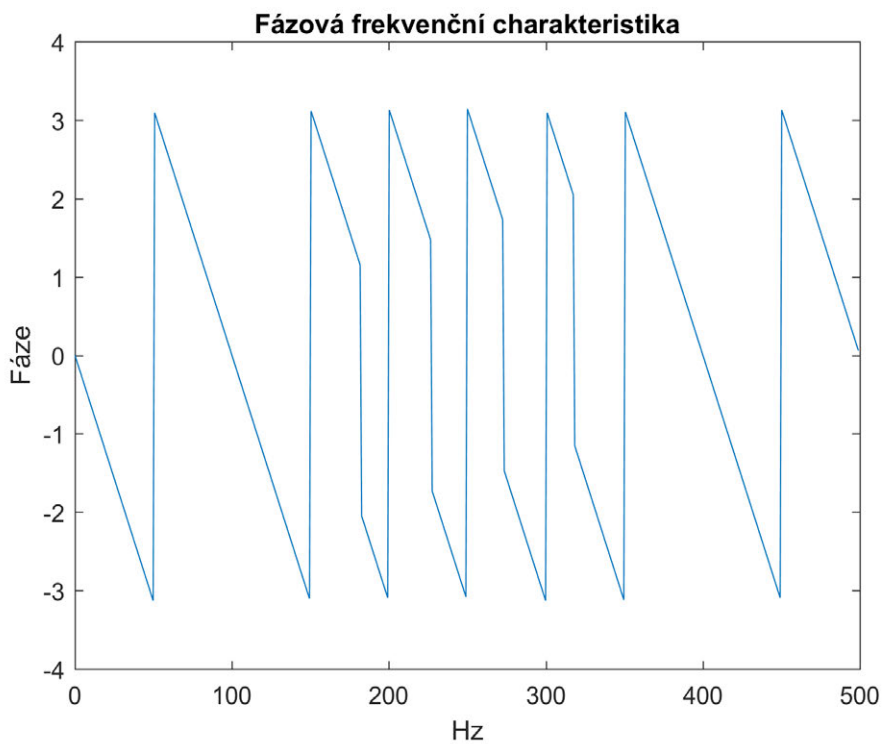
% Pro overení stability zkontrolujte rozložení polů:

```
figure, zplane(h,1); % Polky jsou v jednotkové kružnici, filtr je stabilní. Obrazek 2B5
```

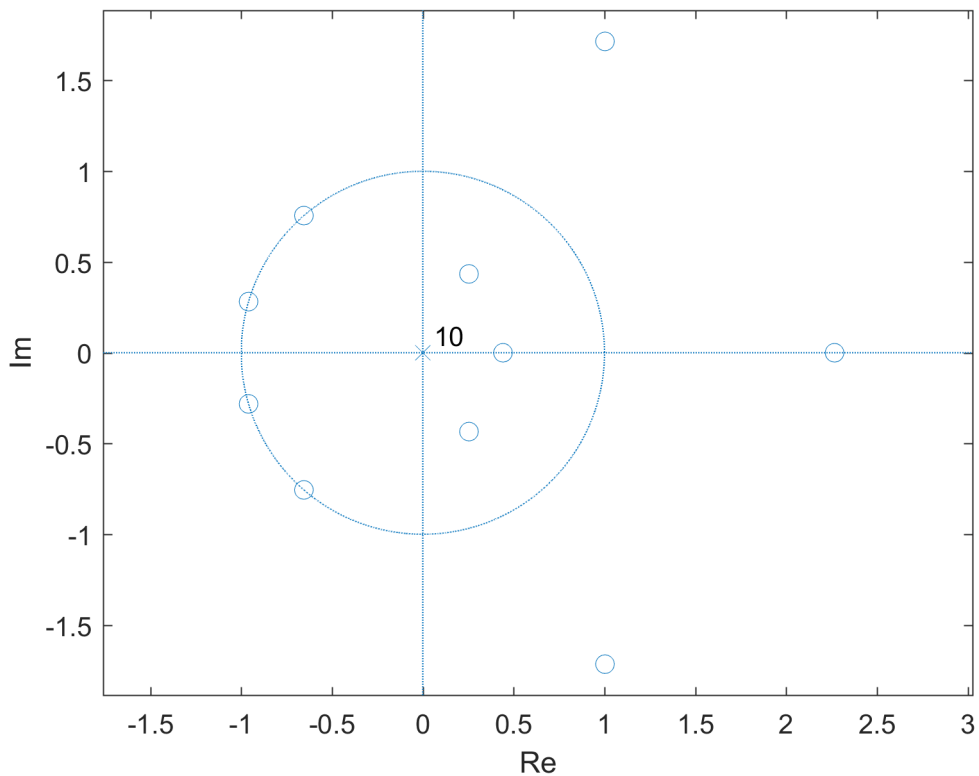
```
xlabel('Re'), ylabel('Im')
```



Obrázek 2B3: Modulová frekvenční charakteristika filtru



Obrázek 2B4: Fázová frekvenční charakteristika filtru



Obrázek 2B5: Rozložení nul a pólů

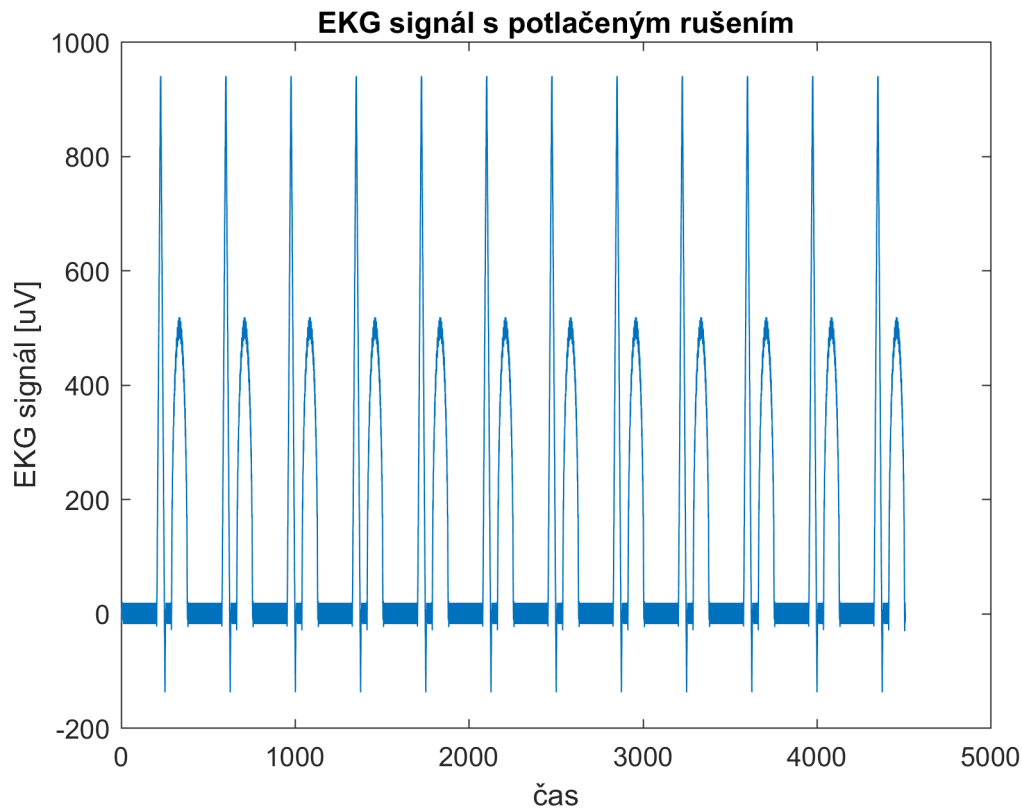
Úkol 5: Aplikování filtru

% Nakonec ocistete signal EKG pomoci filtru od sumu:

```
ecgPure = conv(ecg,h);
```

```
plot(ecgPure) % Obrazek 2B6
```

```
title('EKG signál s potlačeným rušením'), xlabel('čas'), ylabel('EKG signál [uV]')
```



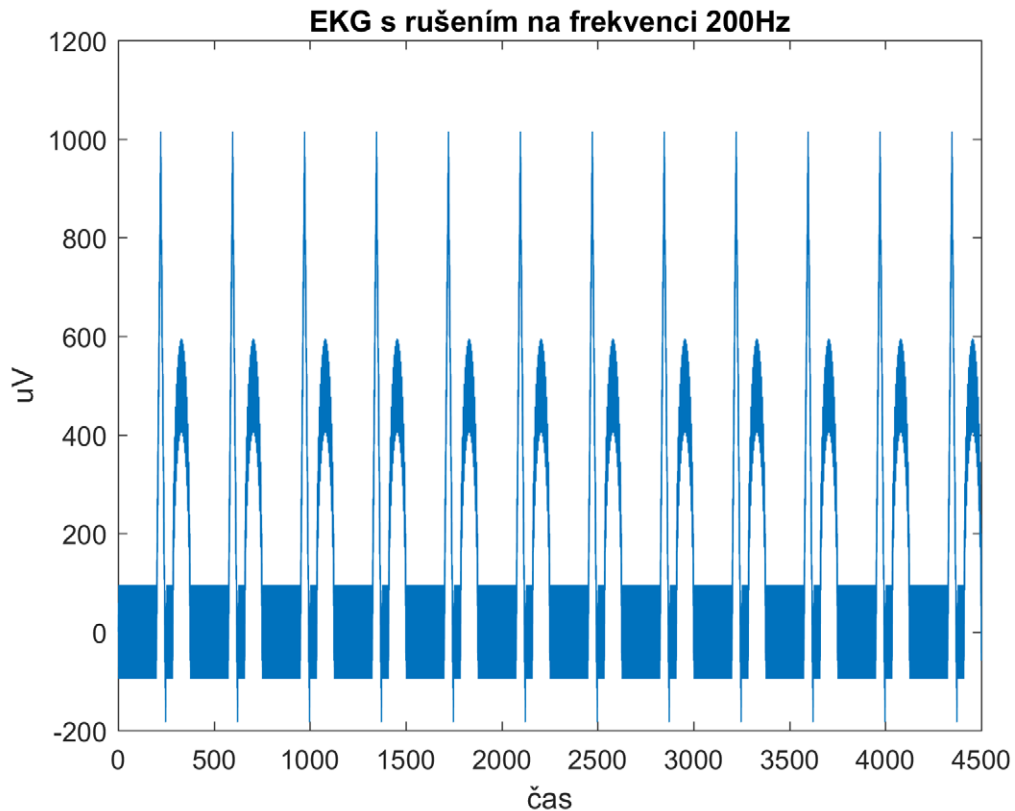
Obrázek 2B6: EKG s potlačeným rušením

Příklad 2C: Návrh IIR filtru

Navrhněte IIR filtr pro odstranění šumu z EKG signálu.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete data \data\ekg.mat:
% Data byla vymodelovana pomoci nastroje:
% https://www.physionet.org/physiotools/matlab/ECGwaveGen/
% Frekvence vzorkovani = 500Hz
% Zasumeni na frekvenci 200Hz.
load(char(strcat(pwd, '\data\ekg.mat')));
plot(ecg) % Obrázek 2C1
xlabel('čas'), ylabel('uV'), title('EKG s rušením na frekvenci 200Hz')
```



Obrázek 2C1: EKG s rušením

Úkol 2: Návrh filtru typu pásmová zadrž

% Vzorkovací frekvence

FS = 500;

RAD = 10;

CUTOFF_LOWER = 195;

CUTOFF_HIGHER = 205;

% Pomoci `fdesign.bandstop` navrhnete IIR filtr typu pasmova zadrž:

```
bandstopIIR = fdesign.bandstop(N,F3dB1,F3dB2', RAD, CUTOFF_LOWER, CUTOFF_HIGHER, FS);
```

% Dokumentace: <https://www.mathworks.com/help/dsp/ref/fdesign.bandstop.html>

% Definujte Butterworthuv filtr:

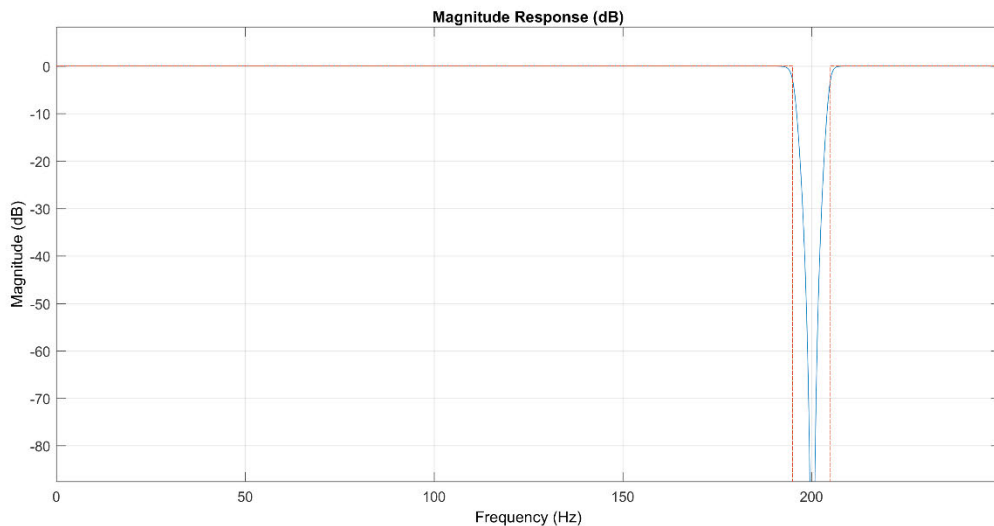
```
butterBandstopIIR = design(bandstopIIR, 'butter');
```

% Pomoci jedineho prikazu sledujte graficky charakteristiky filtru:

```
fvtool(butterBandstopIIR) % Obrázek 2C2
```

% Pomoci `fvtool` lze pozorovat například rozložení nul a polu, impulzni

% nebo frekvencni charakteristiky filtru



Obrázek 2C2: FVTOOL

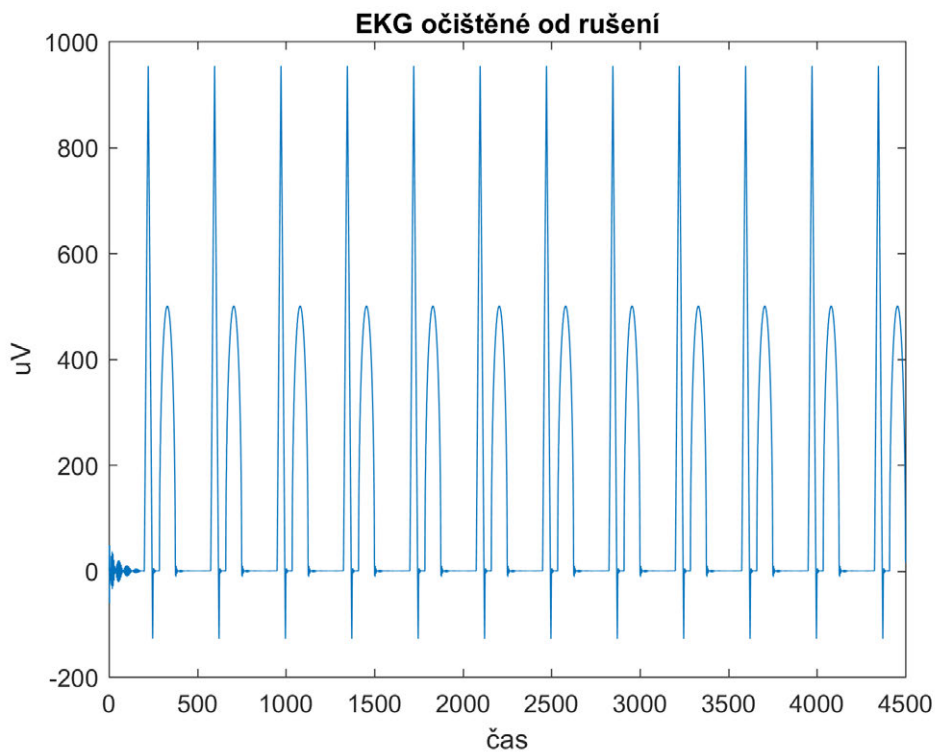
Úkol 3: Aplikace filtru

% Aplikujte filtr na data

`result = filter(butterBandstopIIR, ecg);`

`plot(result) % Obrazek 2C3`

`xlabel('čas'), ylabel('uV'), title('EKG očištěné od rušení')`



Obrázek 2C3: EKG očištěné od rušení

Příklad 2D: Mediánový filtr pro odstranění šumu z obrazu

Navrhnete mediánový filtr a následně aplikujte na obrazová data.

Úkol 1: Načtení obrazu

```
% Nactete soubor \data\krvinky.jpg:  
imgRgb = imread(strcat(pwd, '\data\krvinky.jpg'));  
imshow(imgRgb)
```

Úkol 2: Úprava obrazu

```
% Prevedte obraz na sedotonovy:  
imgGrey = rgb2gray(imgRgb);  
imshow(imgGrey)  
  
% Zaruste obraz pomoci Gaussovskeho sumu:  
imgGreyNoise = imnoise(imgGrey, 'gaussian');  
figure, imshow(imgGreyNoise)
```

Úkol 3: Použití mediánového filtru

```
% Odstrante sum pomoci medianoveho filtru s dimenzi 3x3, ktery je  
% implementovany v Matlabu ve funkci ,medfilt2':  
filterDimension = [3 3];  
imgGreyMedian = medfilt2(imgGreyNoise, filterDimension);  
  
% Odstrante sum pomoci vlastniho medianoveho filtru s dimenzi 3x3, ktery vytvorite  
% ve funkci ,medianFilter' ve slozce funkce.  
cd('funkce')  
imgGreyMedianCustom = medianFilter(imgGreyMedian, filterDimension);
```

Úkol 4: Srovnání obrazů v grafu

```
% Vykrelete do maticoveho grafu 4x4..  
  
% ..puvodni obraz:  
subplot(2,2,1) % Obrazek 2D1  
imshow(imgGrey);  
title('Obraz s červenými krvinkami');  
  
% ..obraz zaruseny Gaussovskym sumem:  
subplot(2,2,2)  
imshow(imgGreyNoise)  
title('Obraz s rušením');  
  
% ..ocisteny obraz pomoci funkce ,medfilt2':  
subplot(2,2,3)  
imshow(imgGreyMedian)  
title('Odstranění šumu pomocí funkce medfilt2');
```

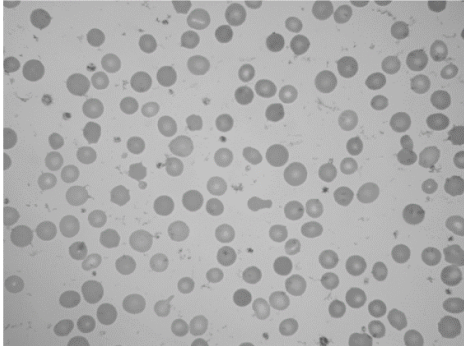


```

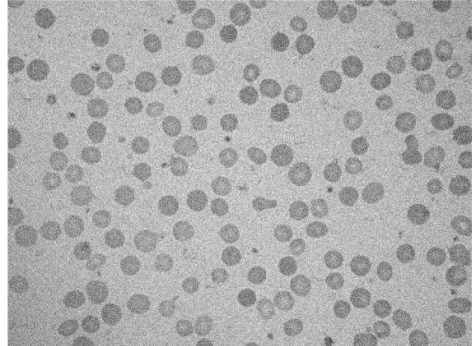
% ..ocisteny obraz pomoci funkce ,medianFilter':
subplot(2,2,4)
imshow(imgGreyMedianCustom);
title('Odstranění šumu pomocí funkce medianFilter');

```

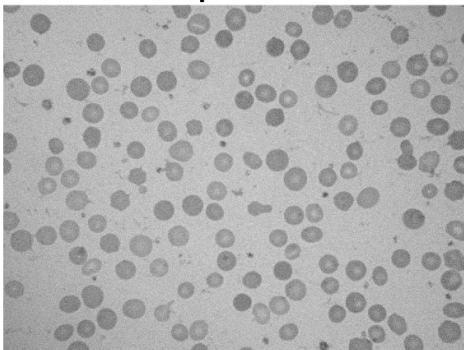
Obraz s červenými krvinkami



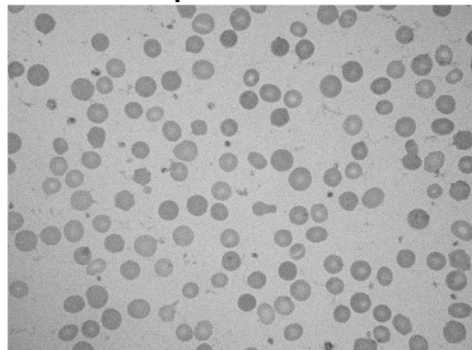
Obraz s rušením



Odstranění šumu pomocí funkce medfilt2



Odstranění šumu pomocí funkce medianFilter



Obrázek 2D1: Filtrace obrazu mediánovým filtrem

Funkce: medianFilter

```

function result = medianFilter(image, filterDimension)
% medianFilter - Funkce pocita vysledek medianoveho filtru, který je
%     limitovan jen na liche filtry. Okraje obrazu jsou
%     doplnene nulami.
%
% result = medianFilter(image, filterDimension)
% Dimenze filtru napr. [3 3]

```

```

% Testujte pocet vstupnich parametru:
if nargin < 1
    error('Vložte obrázek.');
```

```

elseif nargin < 2
    filterDimension = [3 3];
    disp('Dimenze filtru definována vektorem [3 3]');
end

% Testujte spravnou dimenzi filtru a obrazu:
if any(mod(filterDimension,2)==0)
    error('Dimenze filtru musí být liché');
```

```

elseif length(filterDimension)~=2
    error('Filtr musí být 2D.');
```

```

elseif length(size(image))~=2
    error('Obraz musí být 2D.');
```

```

end

% Uložte dimenze filtru do promenných dimFil1 a dimFil2:
[m,n] = size(image);
dimFil1 = filterDimension(1);
dimFil2 = filterDimension(2);

% Doplněte okraje obrazku nulami tak, aby se dala vypočítat konvoluce pro
% celý obraz. Pro zjednodušení předpokládejme, že filtr bude lichý a bude
% mít velikost například 3×3:
imgMargin = zeros(m+dimFil1-1, n+dimFil2-1); % pro sudý filtr by se použilo: zeros(m+dim1,
n+dim2);
o = size(imgMargin,1)/2-m/2;
p = size(imgMargin,2)/2-n/2;
imgMargin(o+1:o+m,p+1:p+n) = image;

result = zeros(m, n);
for i = 1:m
    for j = 1:n

        % Do proměnné 'subImage' doplněte úsek obrazu o velikosti filtru,
        % který odpovídá iteraci i,j:
        subImage = imgMargin(i:i+dimFil1-1, j:j+dimFil2-1);

        % Z podobrazu vypočítejte median a uložte ho na správné místo v
        % matici 'result':
        result(i,j) = median(subImage(:));

    end
end

result = uint8(result); % Převod obrazu do uint8, aby fungovalo vykreslení

end

```

KAPITOLA 3: METODY ZVÝRAZNĚNÍ UŽITEČNÉ

SLOŽKY A POTLAČENÍ ŠUMU

Příklad 3A: +/- průměrování

Pomocí metody +/- průměrování odhadněte vlastnosti šumu v MRI datech obrazů mozků pacientů se schizofrenií. Jde o šum systematicky generovaný rušivými elementy v místnosti, kde došlo k akvizici obrazu, nebo jde o bílý šum?

Úkol 1: Načtení dat

```
% Načtení 20 obrazu mozku z cesty ,\data\mozky_gm' s názvem ,gmA_*' a
% uložení do promenne ,brainsA'.
i=1; % Nejprve se načte obraz 1, aby se zjistily jeho rozměry a mohly se použít pro definování
% velikosti matice ,brainsA'.
load(char(strcat(pwd, ,\data\mozky_gm\gmA_',num2str(i),'.mat')));
brainsA = zeros([size(gmA_1),20]);
brainsA(:,i) = eval(strcat(',gmA_', num2str(i)));
clear(strcat(',gmA_', num2str(i)))
for i = 2:20
    load(char(strcat(pwd, ,\data\mozky_gm\gmA_',num2str(i),'.mat')));
    brainsA(:,i) = eval(strcat(',gmA_', num2str(i)));
    clear(strcat(',gmA_', num2str(i)))
end
```

```
% Načtete 20 obrazu mozku z cesty ,\data\mozky_gm' s názvem ,gmB_*' a
% uložte do promenne ,brainsB'.
i=1;
load(char(strcat(pwd, ,\data\mozky_gm\gmB_',num2str(i),'.mat')));
brainsB = zeros([size(gmB_1),20]);
brainsB(:,i) = eval(strcat(',gmB_', num2str(i)));
clear(strcat(',gmB_', num2str(i)))
for i = 2:20
    load(char(strcat(pwd, ,\data\mozky_gm\gmB_',num2str(i),'.mat')));
    brainsB(:,i) = eval(strcat(',gmB_', num2str(i)));
    clear(strcat(',gmB_', num2str(i)))
end
```

Úkol 2: Pomocí metody +/- průměrování odhadněte, zda byly obrazy mozku rušeny bílým šumem

% Definujte vahy +/- průměrování:

```
M = 20;
weights = [1 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -11]/M;
```

% a) Pomocí autokorelační funkce zjistěte, zda jde o bílý šum u brainsA:

```
restNoise = zeros(size(brainsA(:,1)));
for i=1:size(brainsA,3)
    restNoise = restNoise + brainsA(:,i)*weights(i);
end
```

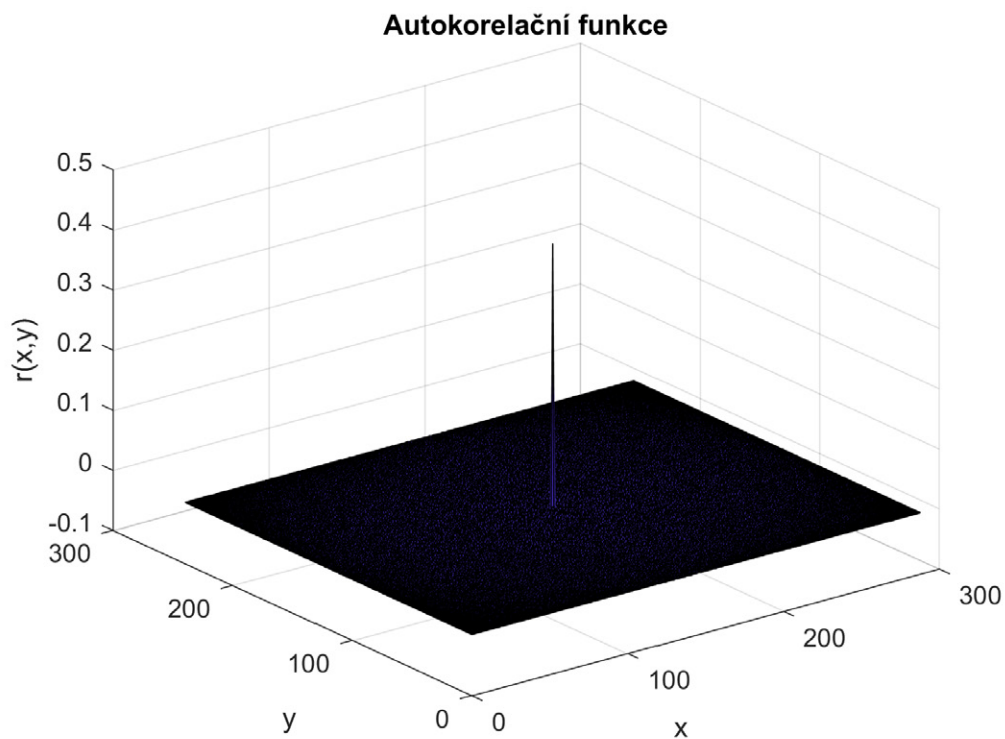
```
% Prumer sumu:  
mean(mean(restNoise))  
% Prumer se blizi 0. Odpovida bilemu sumu.
```

```
% Aplikujte autokorelacni funkci na vektor ,restNoise':  
autocor = xcorr2(restNoise); % Obrazek 3A1  
figure, surf(autocor) , title(,Autokorelační funkce')  
xlabel(,x'), ylabel(,y'), zlabel(,r(x,y)')  
% Autokorelacni funkce odpovida bilemu sumu.
```

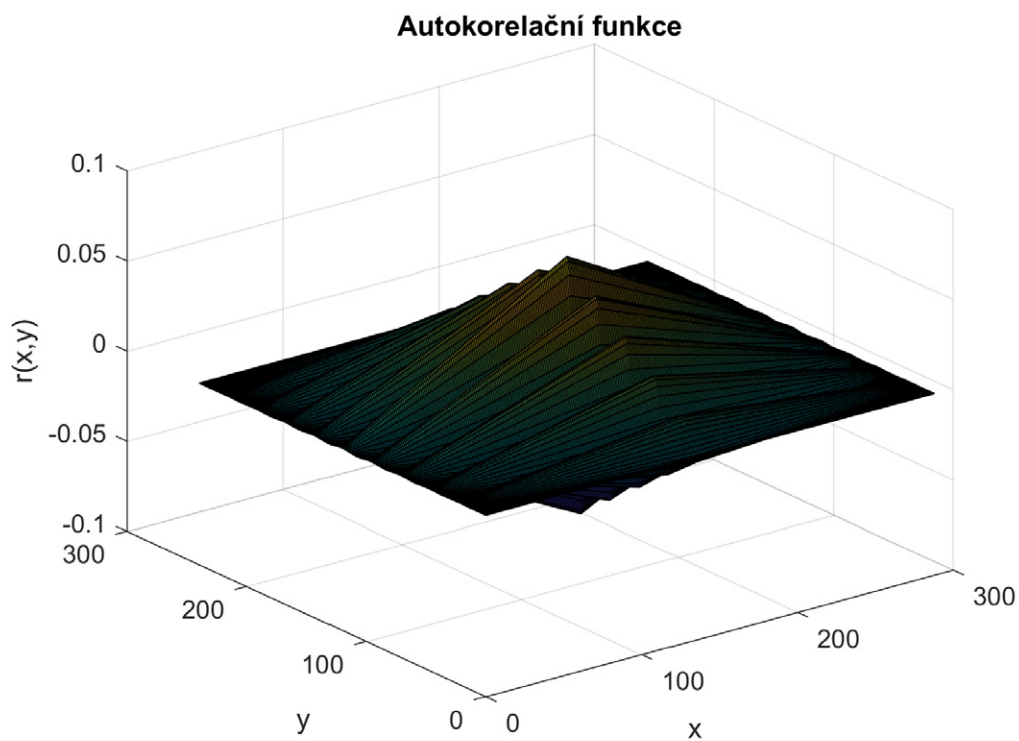
```
% b) Pomoci autokorelacni funkce zjistete, zda jde o bily sum u brainsB:  
restNoise = zeros(size(brainsB(:, :, 1)));  
for i=1:size(brainsB,3)  
restNoise = restNoise + brainsB(:, :, i)*weights(i);  
end
```

```
% Prumer sumu:  
mean(mean(restNoise))  
% Prumer se blizi 0. Odpovida bilemu sumu.
```

```
% Autokorelacni funkce:  
autocor = xcorr2(restNoise); % Obrazek 3A2  
figure, surf(autocor) , title(,Autokorelační funkce')  
xlabel(,x'), ylabel(,y'), zlabel(,r(x,y)')  
% Autokorelacni funkce neodpovida bilemu sumu. Obrazy byly ruseny ruzne  
% posunutym sinusovym signalem.
```



Obrázek 3A1: Autokorelační funkce bílého šumu



Obrázek 3A2: Autokorelační funkce rušení různě posunutým sinusovým signálem

Příklad 3B: Kumulace obrázku Lenny

Aplikujte metodu kumulace s rovnoměrnými vahami a pevným oknem pro zvýraznění signálu v obrázku Lenny.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete obraz ,data/Lenna.png':
```

```
A = imread('data/Lenna.png');
```

```
% Prevedte obraz do formátu double:
```

```
A = double(A);
```

```
% Sectete jednotlivé barevné skaly:
```

```
Abw = A(:, :, 1) + A(:, :, 2) + A(:, :, 3);
```

```
% Obraz znormalizujte a zobrazte pomocí funkce ,imshow':
```

```
Abw = Abw - min(Abw(:));
```

```
Abw = Abw / max(Abw(:));
```

```
figure, imshow(Abw), title('Užitečná složka');
```

Úkol 2: Příprava dat pro kumulaci

```
% Vytvorte sadu M obrazku Lenny s nahodným rusením (rovnomerne rozdeleny sum  
% s nulovou střední hodnotou).
```

```
% Definujte SNR a počet repetice:
```

```
SNR = 1; % Například 1
```

```
M = 100; % Například 100
```

```
% Vytvorte matici rovnomerneho rozdeleného sumu s hodnotami mezi -1 a 1 o
```

```
% velikosti (počet pixelu širka) × (počet pixelu vyska) × M.
```

```
myNoise = (rand(512, 512, M) - 0.5) * 2;
```

```
% Pomoci SNR vypočítejte amplitudu sumu.
```

```
Asignal = 1; % Amplituda signalu je 1 díky předchozí provedené normalizaci
```

```
Anoise = Asignal / sqrt(SNR);
```

```
% Vynasobte sum jeho amplitudou ,Anoise' a zobrazte si jeden obrazek sumu:
```

```
myNoise = Anoise * myNoise;
```

```
figure, imshow(myNoise(:, :, 1)), title('Jedna repetice šumu');
```

```
% S využitím matice ,mynoise' vytvořte M různě zasumených obrazů Lenny:
```

```
D = zeros(512, 512, M);
```

```
for i = 1:M
```

```
    D(:, :, i) = Abw + myNoise(:, :, i);
```

```
end
```

```
figure, imshow(D(:, :, 20)), title('Jedna repetice směsi'); % Obrazek 3B1
```


Jedna repetice směsi



Obrázek 3B1: Zašuměný obraz

Úkol 3: Očistěte obraz od šumu pomocí kumulace s rovnoměrnými vahami

```
kA = zeros(512,512);  
weight=1/M;
```

```
for i=1:M  
    kA = kA + D(:,:,i)*weight;  
end
```

% Zobrazte obrazek Lenny po kumulaci:

```
figure, imshow(kA); title('Restaurovaný obraz po kumulaci'); % Obrázek 3B2
```

Restaurovaný obraz po kumulaci



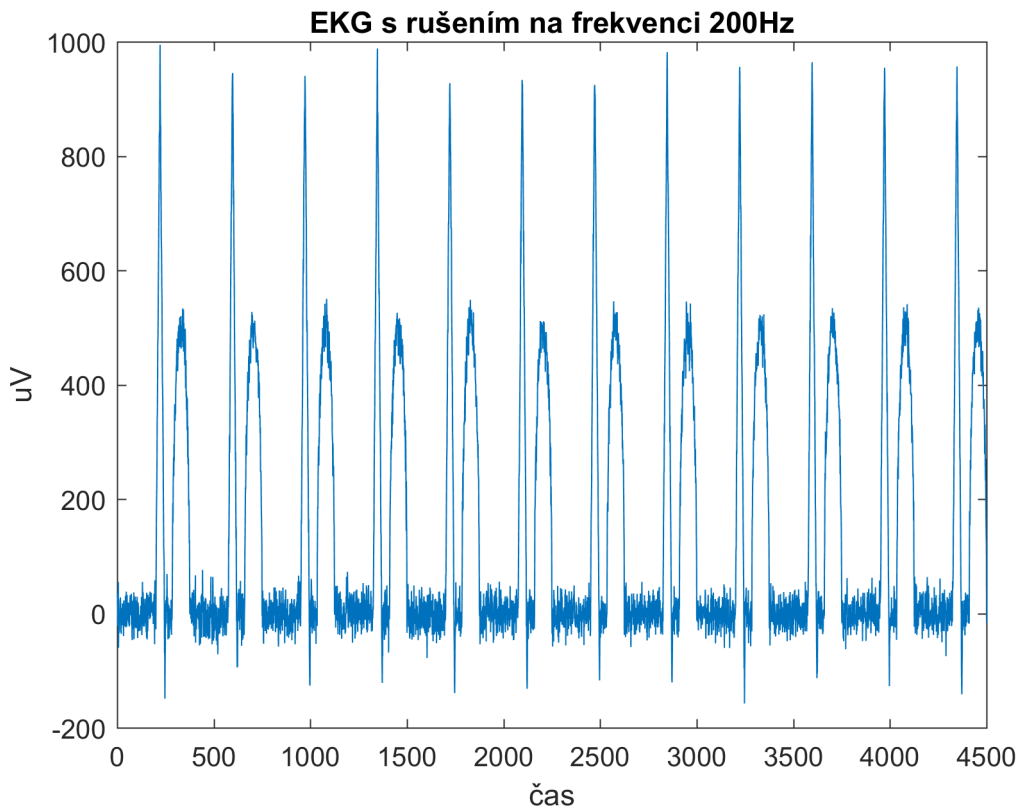
Obrázek 3B2: Restaurovaný obraz

Příklad 3C: Detekce repetice v EKG

Najděte v měření EKG repetice pomocí autokorelační funkce a detekce maxima a zvýrazněte pomocí kumulace s pevným oknem poměr signálu k šumu. Repetice jsou v tomto příkladu stejně dlouhé, není tedy potřeba žádného algoritmu pro zarovnání repetice.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete data k prikladu z \data\ekgSum.mat:  
% Data byla vymodelovana pomoci nastroje:  
% https://www.physionet.org/physiotools/matlab/ECGwaveGen/  
load(char(strcat(pwd, '\data\ekgSum.mat')));  
  
% Podle grafu definujte pocet repetice ,n'.  
plot(ecgSum) % Obrazek 3C1  
xlabel('čas'), ylabel('uV'), title('EKG s rušením na frekvenci 200Hz')  
n=12;
```



Obrázek 3C1: EKG s rušením

Úkol 2: Autokorelační funkce

% Vypocítejte autokorelační funkci:

```
autocor = xcorr(ecgSum);
```

% Autokorelační funkce je symetrická, stáčí polovina:

```
autocorHalf = autocor(ceil(length(xcorr(ecgSum))/2):end);
```

Úkol 3: Detekce repetice

% Najděte maxima v autokorelační funkci. Předpokládáme 12 repetice.

% Tj. například naleznete jedno maximum a dále hledejte druhé maximum,

% které nebude v okolí +100 bodu, aby nedošlo k nalezení bodu vedle

% prvního maxima:

```
index = 1;
```

```
maximum = zeros(n,1);
```

```
for i = 1:n
```

```
    [~,pos] = max(autocorHalf(index:end));
```

```
    pos = pos + index - 1;
```

```
    maximum(i) = pos;
```

```
    index=pos+100;
```

```
end
```

% Nalezená maxima použijte k rozřezání původního signálu na repetice.

% Uložte je do proměnné ,repetition‘:

```
repetition = cell(1,12);
```

```
for i=1:n-1
```

```
    repetition{i} = ecgSum(maximum(i):maximum(i+1)-1);
```

```
end
```

```
repetition{12} = ecgSum(maximum(12):end);
```

% Zprůměrujte repetice a zobrazte vyhlazenou repetici. Předpokládejme,

% že dopředu neznáme počet vzorku.

```
cumulation = zeros(1, min(diff(maximum)));
```

```
for i = 1:n
```

```
    helper = repetition{i};
```

```
    helper = helper(1:length(cumulation));
```

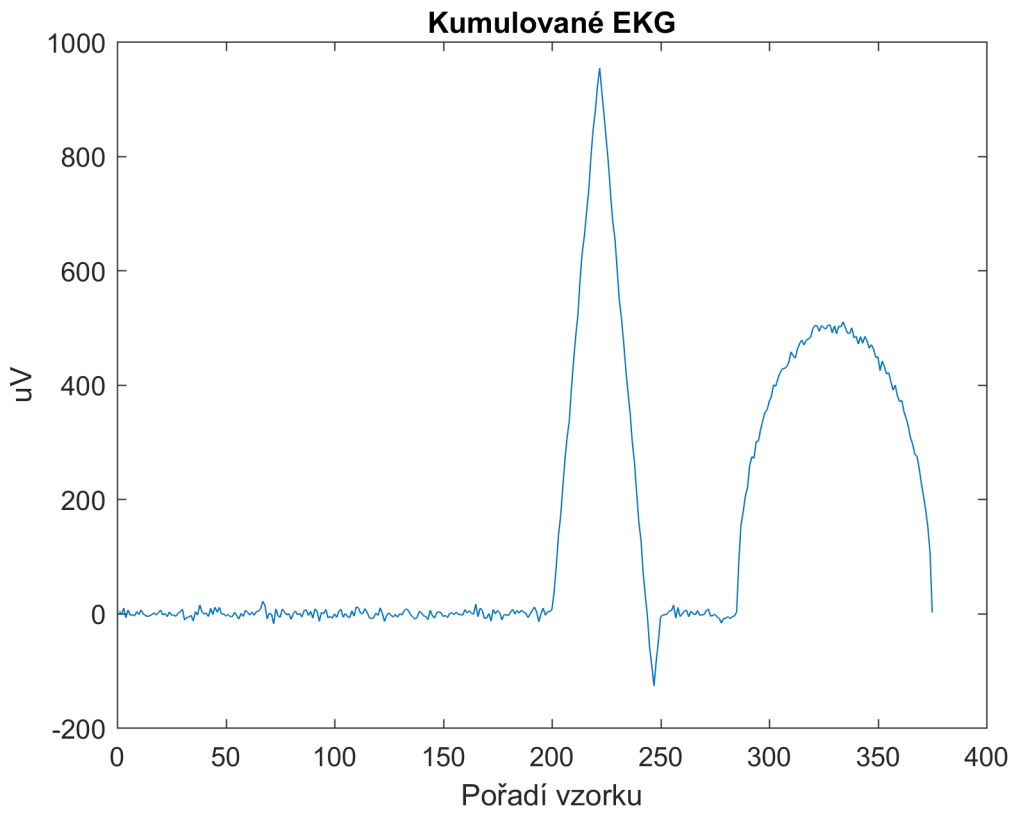
```
    cumulation = cumulation + helper;
```

```
end
```

```
cumulation = cumulation/n;
```

```
plot(cumulation) % Obrazek 3C2
```

```
title('Kumulované EKG'), xlabel('Pořadí vzorku'), ylabel('uV')
```



Obrázek 3C2: EKG po kumulaci

KAPITOLA 4: MODELY ČASOVÝCH ŘAD

Příklad 4A: Ergodicita a stacionarita časových řad

Načtěte data ze složky `data\casove_rady` se třemi časovými řadami a podle grafu určete, zda byly generovány stacionárními nebo ergodickými náhodnými procesy. Časové řady jsou nějaká měření prováděná v 5 minutových intervalech během dvou po sobě jdoucích dnech.

Úkol 1: Načtení dat

```
load(char(strcat(pwd, '\data\casove_rady\casovaRada1.mat')));  
load(char(strcat(pwd, '\data\casove_rady\casovaRada2.mat')));  
load(char(strcat(pwd, '\data\casove_rady\casovaRada3.mat')));
```

Úkol 2: Vykreslete a okomentujte, zda jde o časové řady stacionární nebo ergodické

```
subplot(3,1,1) % Obrazek 4A1  
plot(timeSeries1)  
title('Stacionární i ergodická')  
xlabel('Čas')
```

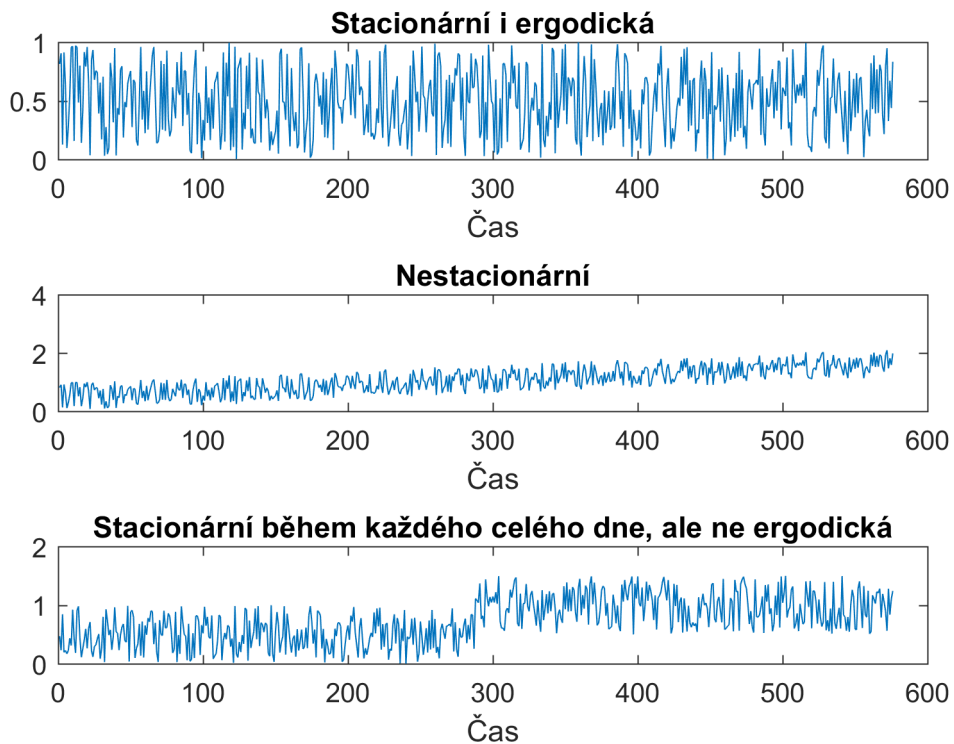
```
subplot(3,1,2)  
plot(timeSeries2)  
title('Nestacionární') % Ma trend, meni se statisticke vlastnosti  
xlabel('Čas')
```

```
subplot(3,1,3)  
plot(timeSeries3)  
title('Stacionární během každého celého dne, ale ne ergodická')  
xlabel('Čas')
```

% Behem dne se nemeni statisticke vlastnosti.

% Nelze odhadnout statisticke vlastnosti libovolnym merenim, casova rada

% tedy nemuze byt ergodicka.



Obrázek 4A1: Stacionarita a ergodicita časových řad

Příklad 4B: Dekompozice časových řad 1

Modelujte jednotlivé složky časové řady (trendovou, cyklickou a nesystematickou) a sestavte z nich časovou řadu. Pomocí regrese odstraňte trendovou složku. Cyklickou složku odstraňte pomocí průměru periodicky opakujících se měření.

Úkol 1: Sestavení časové řady pomocí jednotlivých komponent

% Pomoci trendove, cyklicke a nesystematicke složky seskladejte casovou radu:

**% Vytvorte cyklickou složku, a to pomocí funkce sinus s frekvenci 12 vzorku
% v periode. Predstavujme si, ze jedna perioda odpovida prubeznemu mereni
% po dobu jednoho roku, pricemz mereni probiha jednou za mesic. Modelujte
% 360 po sobe jdoucich mereni, tedy 30let.**

```
t = 0:pi/6:pi*60-pi/6;
seasonalComponent = 100*sin(t);
subplot(4,1,1) % Obrázek 4B1
plot(seasonalComponent), title('Cyklická složka')
```

% Vytvorte složku s kvadratickým trendem:

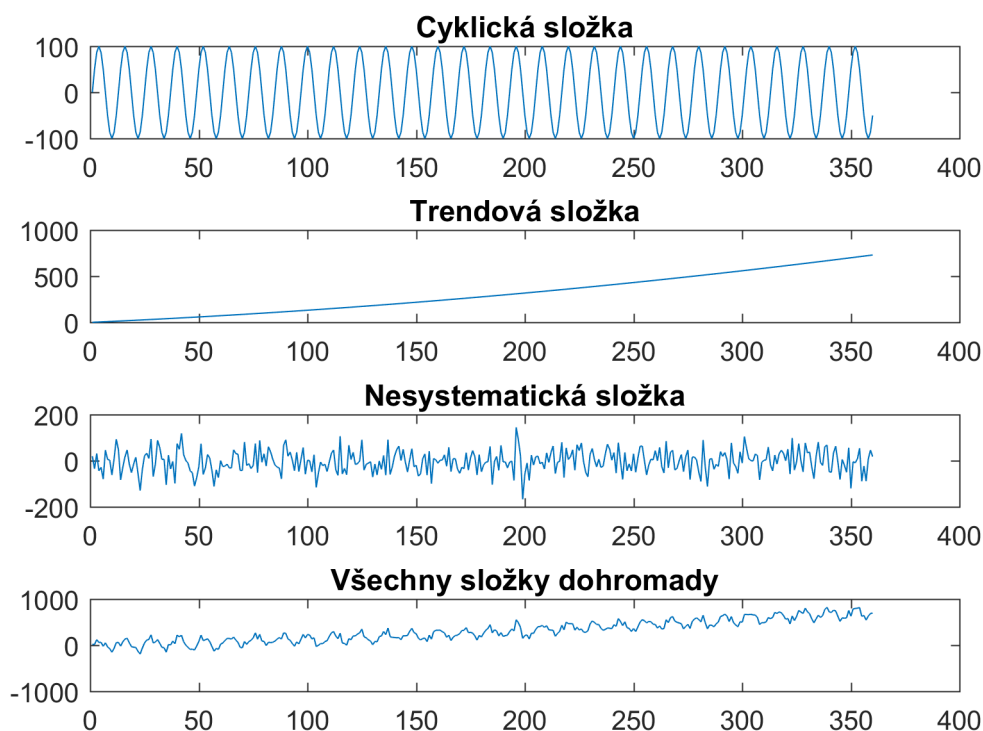
```
trendComponent = 0.01*t.^2+2*t+1;
subplot(4,1,2)
plot(trendComponent), title('Trendová složka')
```

% Vytvorte nesystematickou složku pomocí funkce ,randn':

```
irregularComponent = 50*randn(1,length(t));  
subplot(4,1,3)  
plot(irregularComponent), title(,Nesystematická složka')
```

% Z připravených složek vytvořte aditivní model:

```
timeSeries = trendComponent + seasonalComponent + irregularComponent;  
subplot(4,1,4)  
plot(timeSeries), title(,Všechny složky dohromady')
```



Obrázek 4B1: Složky časové řady

Úkol 2: Dekompozice časové řady

% Rozložte casovou radu

% Odečtěte trendovou složku pomocí lineární i kvadratické regrese:

% Lineární trend:

```
linTrendCoef = polyfit(t,timeSeries,1);  
linTrend = polyval(linTrendCoef,t);
```

% Kvadratický trend:

```
quadrTrendCoef = polyfit(t,timeSeries,2);  
quadrTrend = polyval(quadrTrendCoef,t);
```

% Srovnajte oba modely s „realnou“ trendovou složkou:

```

figure
subplot(1,3,1) % Obrazek 4B2
plot(t, linTrend), title('Lineární trend'), hold on, plot(t,timeSeries)
subplot(1,3,2)
plot(t, quadrTrend), title('Kvadratický trend'), hold on, plot(t,timeSeries)
subplot(1,3,3)
plot(t, trendComponent), title('Modelovaný trend'), hold on, plot(t,timeSeries)

```

```

% Vyberte lepsi model trendu a ulozte do promenne ,trendComponentModel':
trendComponentModel = quadrTrend;
% Vybereme model pro kvadraticky trend, casova rada s casem roste prudceji.
% Pro vyhodnoceni lze pouzít nástroje známe ze statistiky jako je napr.
% koeficient determinace (R2). Pro ucely prikladu nam postaci okometricke
% posouzeni.

```

```

% Odectete modelovanou trendovou slozku od casove rady:
timeSeriesTrendOut= timeSeries - trendComponentModel;
figure, plot(timeSeriesTrendOut), title('Časová řada bez trendu') % Obrazek 4B3

```

```

% Odectete cyklickou slozku. Spocítejte prumerne hodnoty pro jednotlivé
% „mesice“ a ulozte do promenne ,monthAvg':
monthsReshape = reshape(timeSeriesTrendOut,12,length(timeSeriesTrendOut)/12);
monthAvg = mean(monthsReshape,2);

```

```

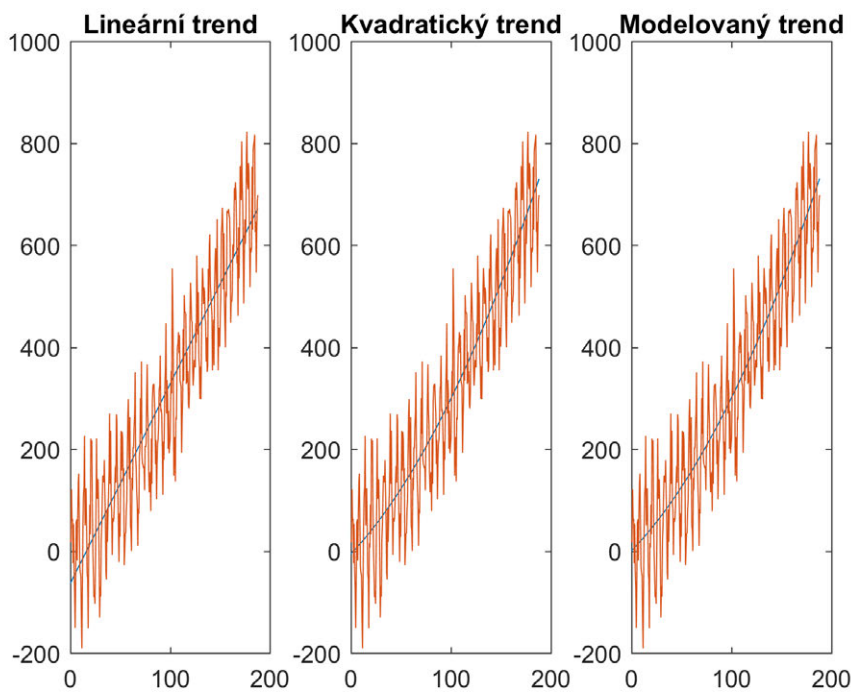
% „Mesicni“ prumery odectete od odpovidajících mesicnich hodnot
% detrendovane casove rady:
seasonalComponentModel = repmat(monthAvg,length(timeSeriesTrendOut)/12,1);
irregularComponent = timeSeriesTrendOut - seasonalComponentModel;
% Zbyla jen nesystematicka slozka. Ta se da take modelovat napr. pomoci
% Boxovych-Jenkinsonovych modelu.

```

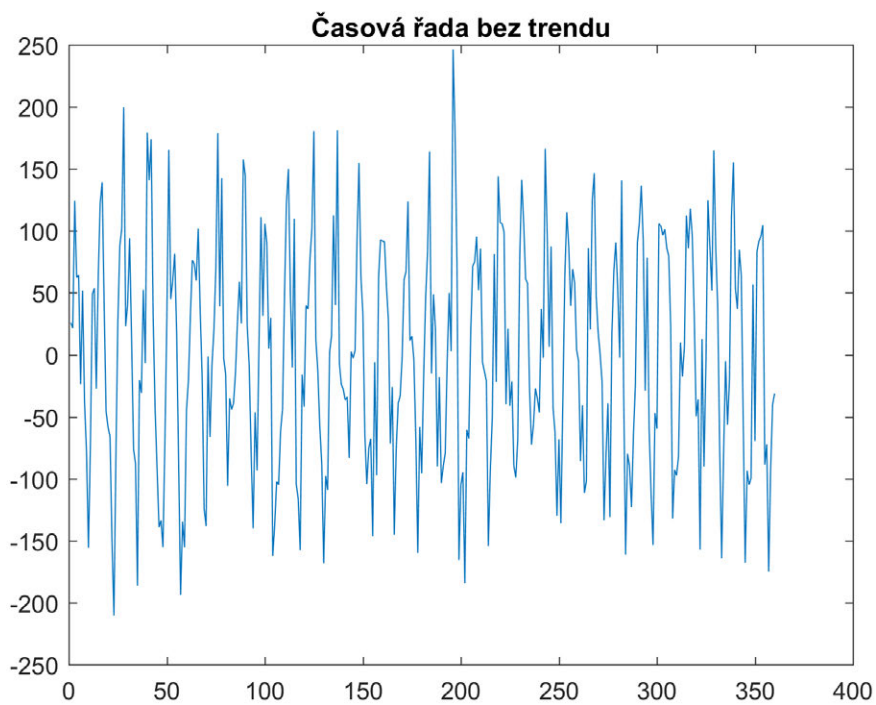
```

% Vykreslete modely pro slozky casove rady a zbylou nesystematickou slozku:
figure
plot(trendComponentModel), hold on % Obrazek 4B4
plot(seasonalComponentModel)
plot(irregularComponent)
legend({'Trendová složka', 'Cyklická složka', 'Nesystematická složka'}, ,location', ,northwest')

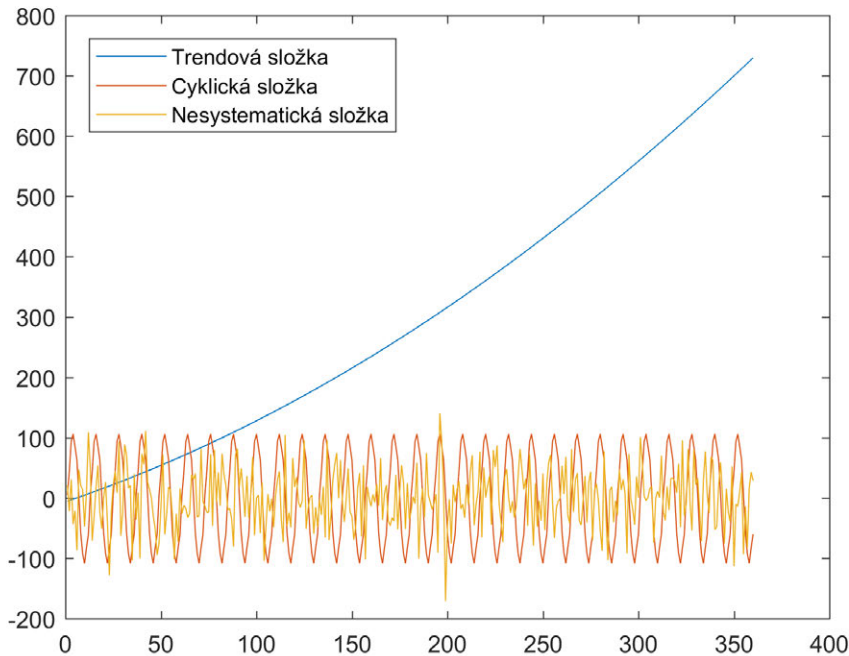
```



Obrázek 4B2: Model trendové složky



Obrázek 4B3: Časová řada po odstranění trendu



Obrázek 4B4: Modelované složky časové řady

Příklad 4C: Dekompozice časových řad 2

V Brně-Tuřanech se měří od roku 1961 teplota ovzduší. Datový soubor obsahuje měření průměrné teploty prvního dne v měsíci od roku 1961 do roku 2016. Cílem příkladu je dekomponovat časovou řadu, odhadnout trend vývoje teploty za využití klouzavého průměru a sezonní složku pomocí Butterworthova filtru.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete soubor \data\prumerna_teplota_cr.csv a ulozte do promenne
% ,temperature' a data si prohlednete. Popisky osy x budou roky ulozene
% v promenne ,time':
```

```
%
```

```
% Zdroj dat: http://portal.chmi.cz/historicka-data/pocasi/denni-data#
```

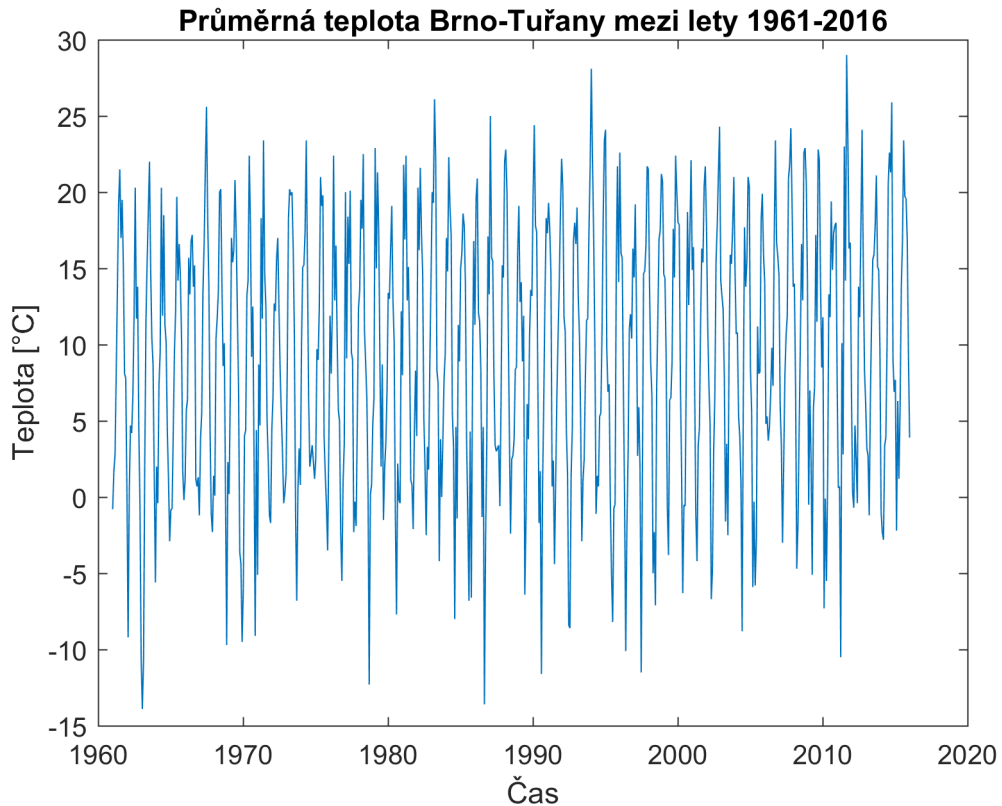
```
temperature = csvread(char(strcat(pwd, '\data\prumerna_teplota_cr.csv')));
```

```
time = linspace(1961,2016, length(temperature));
```

```
plot(time, temperature) % Obrázek 4C1
```

```
title('Průměrná teplota Brno-Tuřany mezi lety 1961-2016')
```

```
xlabel('Čas'), ylabel('Teplota [°C]')
```



Obrázek 4C1: Časová řada teplot

Úkol 2: Odstranění trendové složky

% Použijte klouzavy prumer pro urceni trendove složky a aplikujte ho na prumerne teploty:

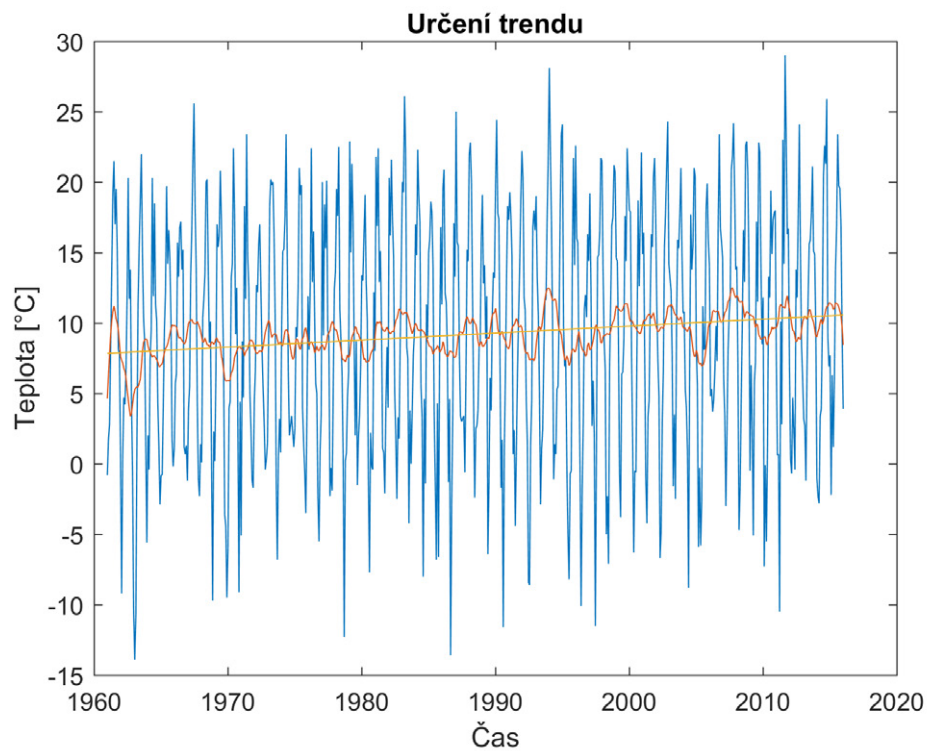
```
h = [1/24; repmat(1/12,11,1); 1/24];
trend = conv(temperature,h,'same');
hold on, plot(time, trend), title('Určení trendu')
xlabel('Čas'), ylabel('Teplota [°C]')
```

% Srovnejte urceny trend pomoci klouzaveho prumeru a pomoci linearni regrese:

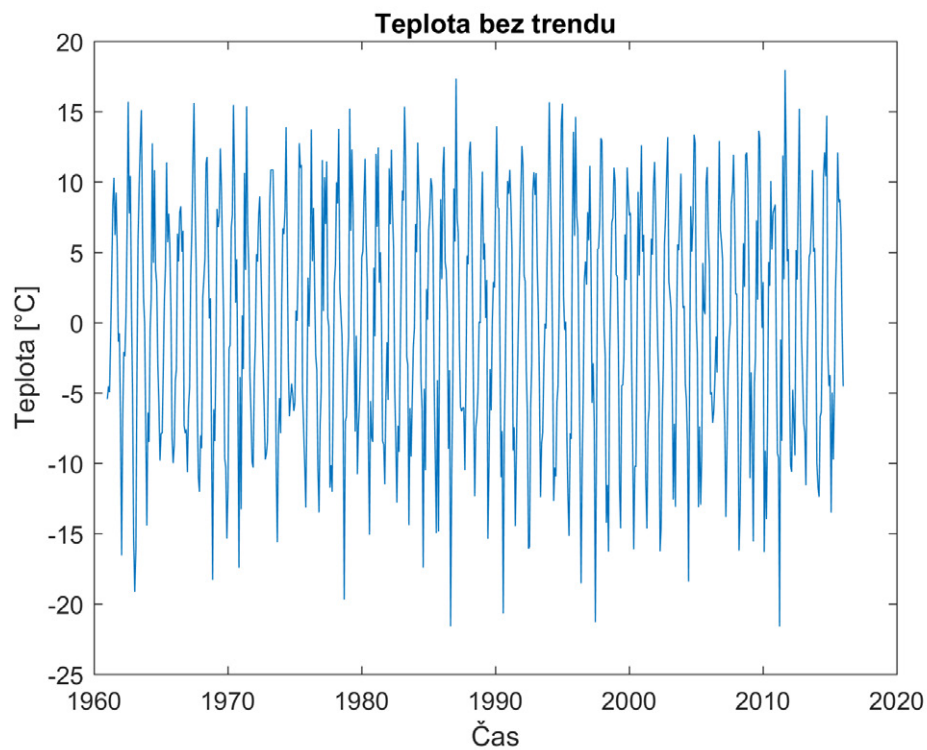
```
linTrendCoef = polyfit(time,temperature,1);
linTrend = polyval(linTrendCoef,time);
hold on, plot(time, linTrend) % Obrazek 4C2
```

% Do nove promenne ulozte casovou radu ocistenou o trendovou složku:

```
temperatureTrendOut = temperature - trend;
figure, plot(time, temperatureTrendOut) % Obrazek 4C3
title('Teplota bez trendu'), xlabel('Čas'), ylabel('Teplota [°C]')
```



Obrázek 4C2: Určení trendové složky



Obrázek 4C3: Teplota bez trendu

Úkol 3: Odstranění sezonní složky pomocí Butterworthova filtru

```
% Prohlednete si spektrum casove rady ocistene od trendove slozky
FS = 12; % Vzorkovani 12 vzorku za rok (1 cyklus...rok, 1 vzorek...mesic)
temperatureSpectrum = fft(temperature);
lenSpe = length(temperatureSpectrum);
x = 0:FS/lenSpe:(FS-FS/lenSpe);
stem(x,abs(fft(temperature))) % Obrazek 4C4
title('Frekvenční spektrum')
xlabel('Počet cyklů za rok'), ylabel('|F(teplota)|');
```

% Ze spektra i logiky veci vime, ze sezonní slozka ma frekvenci kolem 1Hz.
% Navrhnete Butterworthuv filtr typu horní propust, který bude tuto složku
% eliminovat. Sledujte charakteristiky filtru:

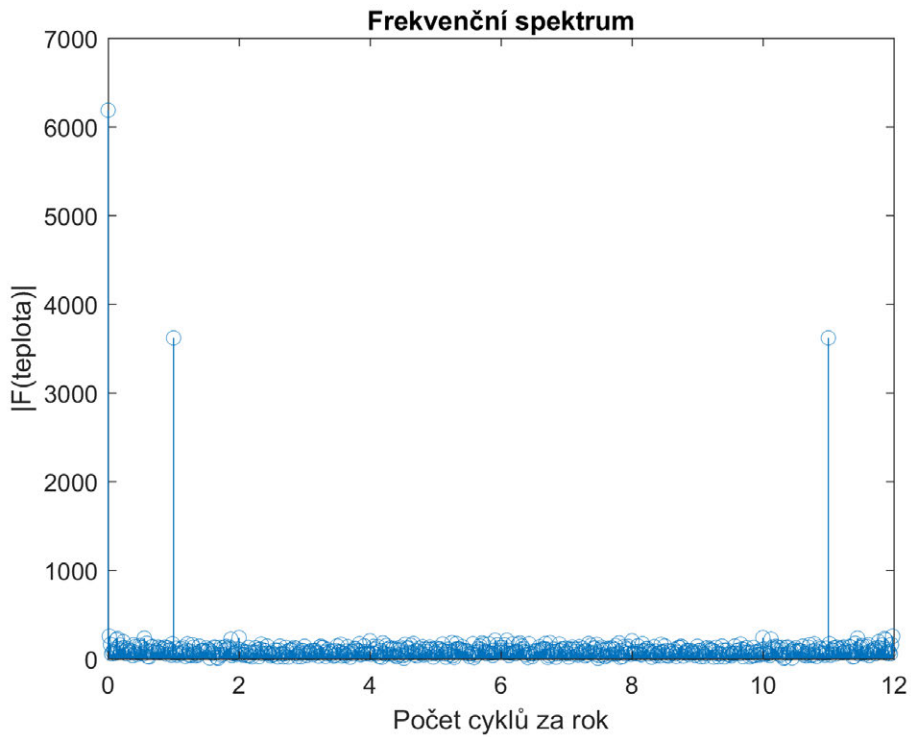
```
RAD = 10;
CUTOFF = 2;
highIIR = fdesign.highpass('N,F3db',RAD,CUTOFF,FS);
butterHighIIR = design(highIIR,'butter');
fvtool(butterHighIIR) % Filtr s hranicni frekvenci 2Hz tlumi signal na frekvenci 1Hz.
% Pozn.: alternativne lze pouzít funkce 'butter'
```

% Pomoci filtru eliminujte sezonní složku. Zkontrolujte, že v jejím spektru
% chybí harmonické složky nižší než 2Hz.

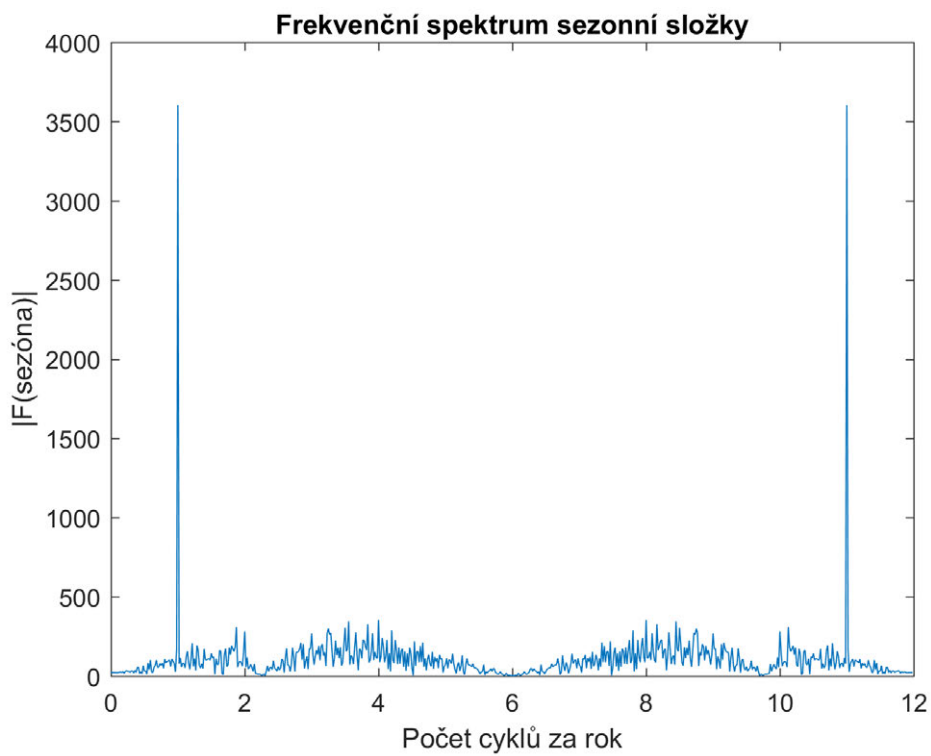
```
irregularComponent = filter(butterHighIIR, temperatureTrendOut);
figure, plot(time, irregularComponent)
title('Nesystematická složka'), xlabel('Čas'), ylabel('Teplota [°C]')
figure, plot(x,abs(fft(irregularComponent)))
title('Frekvenční spektrum nesystematické složky'), xlabel('Počet cyklů za rok'),
ylabel('|F(rušení)|')
```

% Získejte sezonní složku a opět si prohlednete její spektrum:

```
seasonalComponent = temperatureTrendOut-irregularComponent;
figure, plot(time, seasonalComponent)
title('Sezonní složka'), xlabel('Čas'), ylabel('Teplota [°C]')
figure, plot(x,abs(fft(seasonalComponent)))
title('Frekvenční spektrum sezonní složky') % Obrazek 4C5
xlabel('Počet cyklů za rok'), ylabel('|F(sezóna)|')
```



Obrázek 4C4: Odhalení cyklické složky



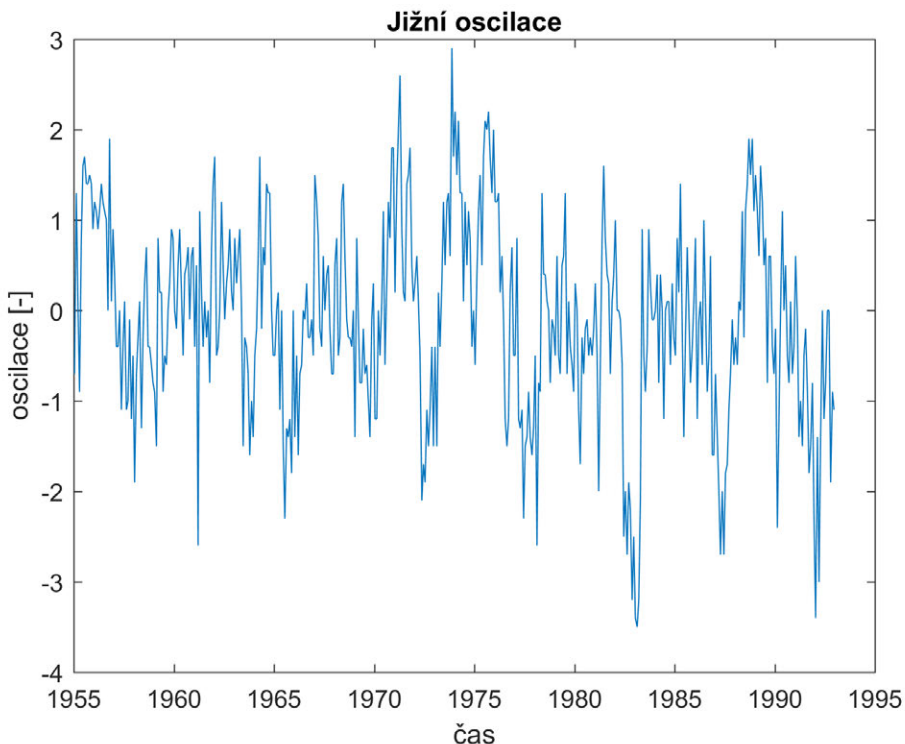
Obrázek 4C5: Spektrum modelované cyklické složky

Příklad 4D: Exponenciální vyhlazování a predikce

Jižní oscilace je definována jako barometrický tlakový rozdíl mezi Tahiti a Darwinovými ostrovy na hladině moře. Jižní oscilace může předpovědět El Niño, který ovlivňuje celosvětové počasí. Opakované hodnoty jižní oscilace menší než -1 typicky definují El Niño. Načtěte časovou řadu jižních oscilací za 40 let (vzorkovací perioda je jeden měsíc) a pomocí techniky exponenciálního vyhlazování a predikce vypočítejte predikce El Niño na jeden měsíc dopředu. Pro realizaci použijte exponenciální filtr a experimentujte s jeho řádem a koeficientem zapomínání při definici jeho vah.

Úkol 1: Načtěte data a zobrazte časový průběh jižních oscilací

```
data = dlmread('data/elnino.csv',';');  
oscillation = data(:,1);  
years = data(:,2);  
plot(years, oscillation) % Obrázek 4D1  
title('Jižní oscilace', xlabel('čas'), ylabel('oscilace [-]');
```



Obrázek 4D1: Jižní oscilace

Úkol 2: Volte různé nastavení predikčního filtru a spočítejte hodnoty jeho impulsní charakteristiky

% Zvolte rad filtru:

M = 35;

% Stanovte a vyzkousejte 2 různé koeficienty zapominání (parametr alfa):

ALFA1 = 0.3;

ALFA2 = 0.7;

% Stanovte impulsní charakteristiku predikčního filtru pro oba koeficienty

% zapominání:

h1 = zeros(1,M);

h2 = zeros(1,M);

for i=1:M

h1(i)=ALFA1⁽ⁱ⁻¹⁾; % Nastavení zapominání ve vahách exponenciálního filtru

h2(i)=ALFA2⁽ⁱ⁻¹⁾;

end

h1 = h1/sum(h1); % Normalizace, aby filtr nezesiloval ani nezeslabil

h2 = h2/sum(h2);

% Pozn.: Alternativní způsob výpočtu vah. Není zde potřeba resit

% normalizaci:

% for i=1:M

% h1(i) = ALFA1*(1-ALFA1)⁽ⁱ⁻¹⁾;

% h2(i) = ALFA2*(1-ALFA2)⁽ⁱ⁻¹⁾;

% end

% Aplikujte oba predikční filtry na data:

oscillationPredict1 = conv(oscillation,h1,'valid');

oscillationPredict2 = conv(oscillation,h2,'valid');

% Pozn.: Vektor predikovaných hodnot je kratší než vstupní časová řada kvůli okrajovému jevu konvoluce.

Úkol 3: Zobrazte výsledné predikce a vypočítejte chybu predikce s horizontem predikce 1 měsíc

% Ořezte vektor s oscilacemi a vektor s roky tak, aby jejich vzorky časové

% odpovídaly vzorkům vektoru s predikcemi:

oscillationCut = oscillation(M:length(oscillationPredict1)+M-1); % První vzorek vstupní časové řady související.

yearsCut=years(M:length(oscillationPredict1)+M-1); % ..s prvním validním vzorkem na vstupu predikčního filtru je ten Mty.

% Vypočítejte chyby obou predikcí:

e1 = oscillationCut-oscillationPredict1;

e2 = oscillationCut-oscillationPredict2;

% V jednom grafu zobrazte původní časovou řadu s oscilacemi a obe predikce:

figure

plot(yearsCut,oscillationCut,'k:'), hold on; % Obrázek 4D2

```

plot(yearsCut,oscillationPredict1,'b');
plot(yearsCut,oscillationPredict2,'r');
title('Jižní oscilace a jejich predikce');
xlabel('čas'), ylabel('oscilace [-]');
legend('orig. časová řada', ['predikce (alfa1=' num2str(ALFA1) '),'], ['predikce (alfa2='
num2str(ALFA2) '),']);

```

% V jednom grafu zobrazte chybu obou predikci:

```

figure
plot(yearsCut,e1,'b'), hold on; % Obrazek 4D3
plot(yearsCut,e2,'r');
title('Chyba predikce');
xlabel('čas'), ylabel('chyba [-]');
legend(['alfa1=' num2str(ALFA1)], ['alfa2=' num2str(ALFA2)]);

```

% Na zaver vypocitejte stredni kvadratickou chybu (MSE) predikce a

% zhodnotte, ktera z nich je podle tohoto kriteria lepsi:

```

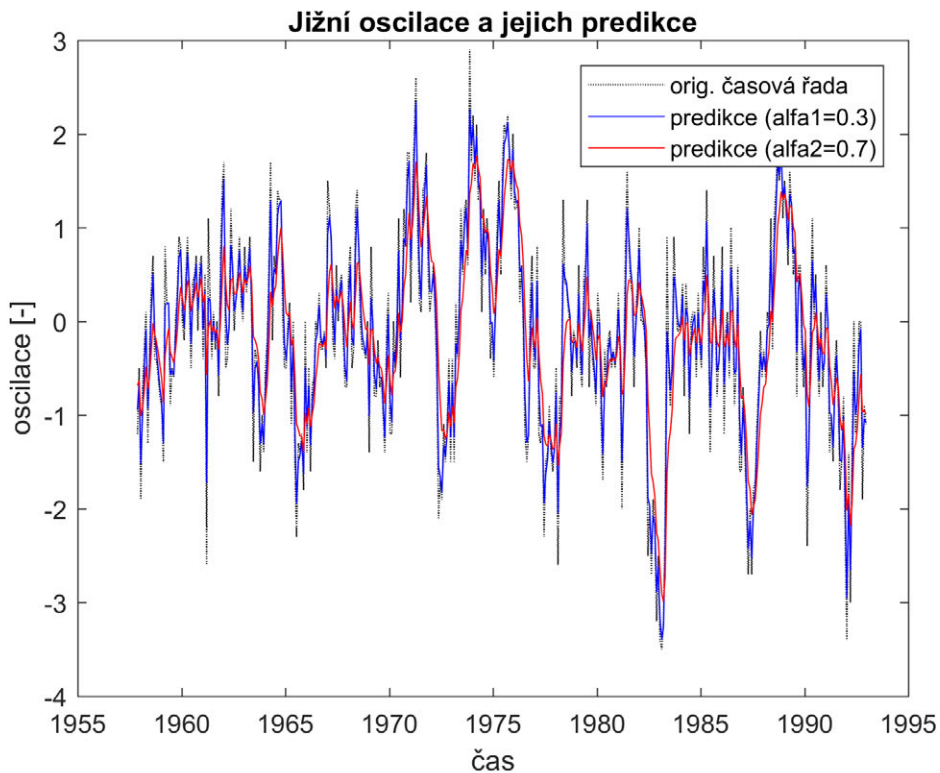
disp(sum(e1.^2)/length(e1)) % Koefficient alfa=0.3 je lepsi pro predikci nez alfa=0.7, MSE je
nekolikanasobne mensi.

```

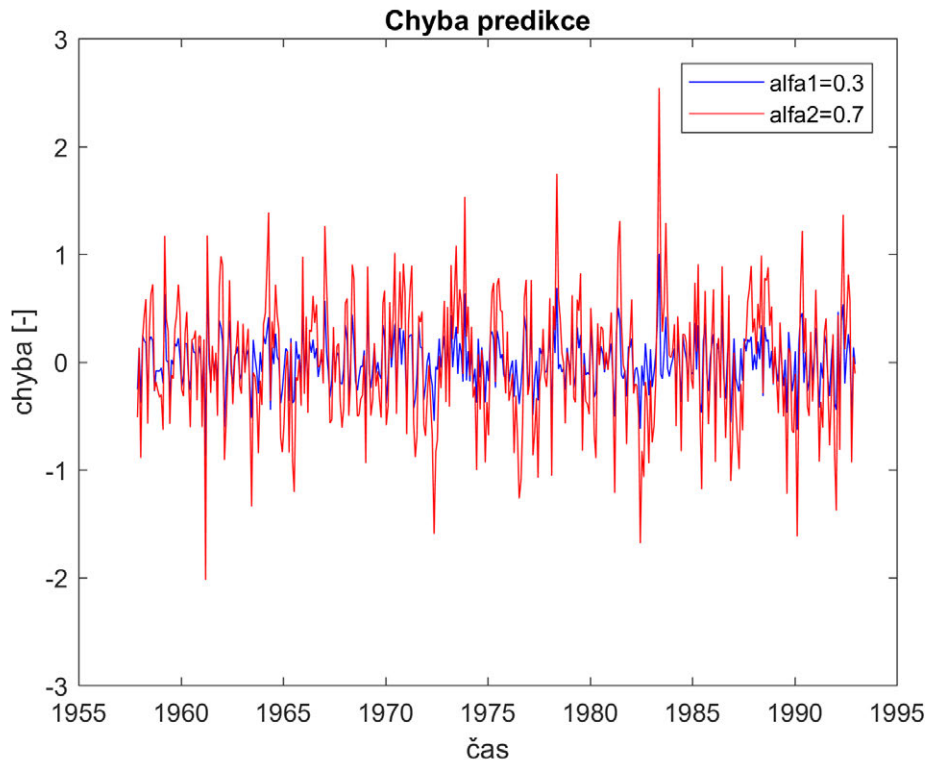
```

disp(sum(e2.^2)/length(e2))

```



Obrázek 4D2: Predikce pomocí exponenciálního vyhlazování



Obrázek 4D3: Chyby predikcí pomocí exponenciálního vyhlazování

Příklad 4E: Vzájemná informace

Vytvořte funkci pro výpočet sdruženého histogramu dvou náhodných proměnných a využijte ji pro výpočet vzájemné informace dvou řezů obrazem mozku A a B.

Úkol 1: Načtení dat a příprava dat

`% Nahrat predpripravena data z ,data\registrace.mat':`

`% A: Sablona z digitalniho atlasu mozku ICBM`

`% B: Obraz jednoho subjektu - T1 vazeny`

`load data\registrace.mat`

`% Zvolena souradnice na axialni ose:`

`Z = 25;`

`sliceA = A.img(:,:,Z);`

`sliceB = B.img(:,:,Z);`

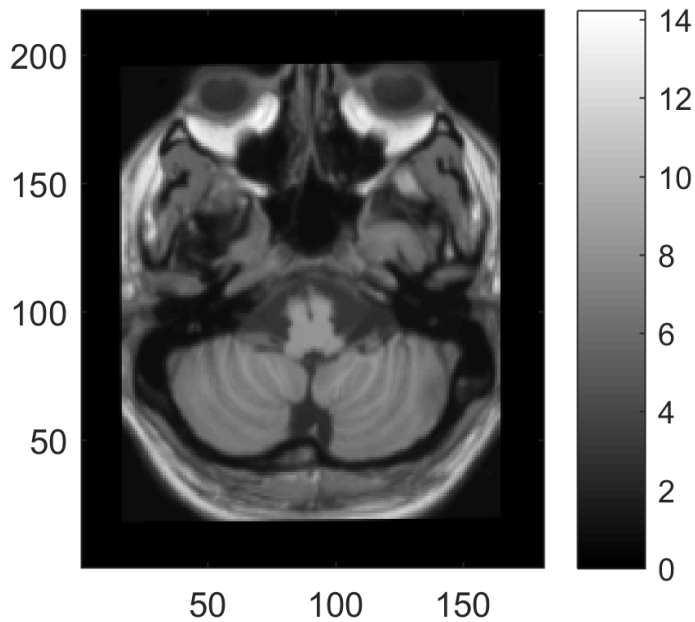
`% Zobrazeni v souradnem systemu xy:`

`figure, imagesc(flipud(rot90(sliceA))); % Obrazek 4E1`

`colormap(gray); colorbar; truesize; axis xy;`

`figure, imagesc(flipud(rot90(sliceB)));`

`colormap(gray); colorbar; truesize; axis xy;`



Obrázek 4E1: Řez hlavou

Úkol 2: Výpočet sdruženého histogramu

```
cd('funkce');
```

```
% Doplněte funkci ,jointhist':
```

```
jointHist=jointhist(sliceA,sliceB,128,2);
```

```
% Normalizujte sdružený histogram:
```

```
N=sum(jointHist(:));
```

```
jointHistN = jointHist/N;
```

```
% Vypočítejte marginalní distribuce:
```

```
m2=sum(jointHistN,1);
```

```
m1=sum(jointHistN,2);
```

Úkol 3: Výpočet vzájemné informace

```
% Doplněte funkci ,mutualinfo':
```

```
mutualInfo = mutualinfo(m1,m2,jointHistN);
```

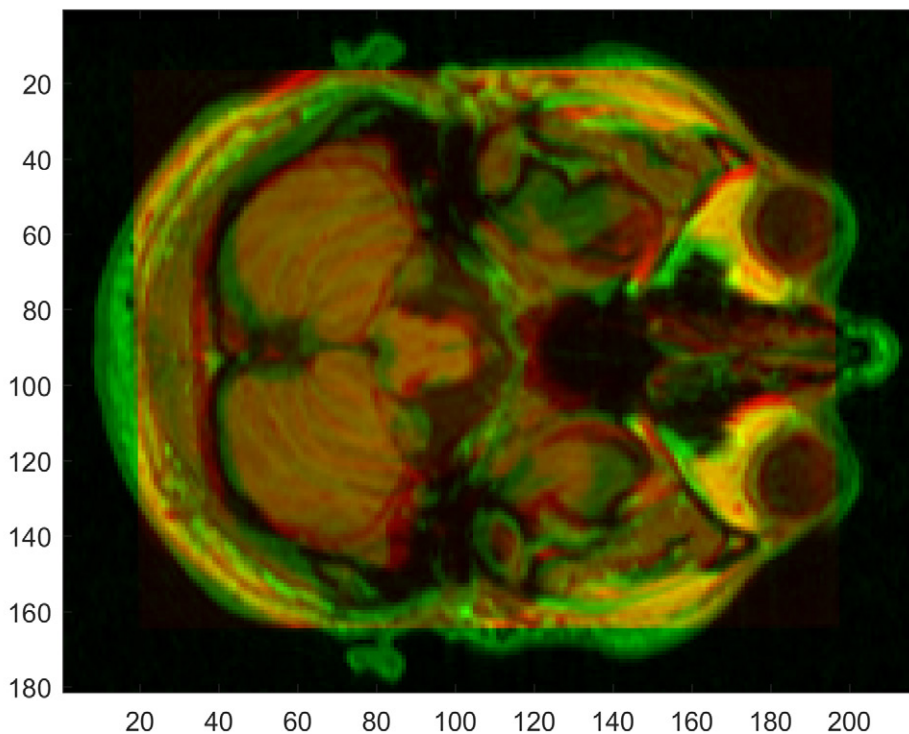
```
disp(mutualInfo)
```

```
% Hodnota vzájemné informace bude nejvyšší, pokud se pro sliceA a sliceB vyberou řezy se  
% stejnou z-ovou souřadnicí. Pokud zvolíme pro sliceB souřadnici jinou (např. z+10 nebo  
z-20),
```

```
% měla by vzájemná informace vyjít nižší.
```

```
% Okometrické posouzení kvality licování:
```

```
channels(sliceA,sliceB); % Obrázek 4E2
```



Obrázek 4E2: Zobrazení výsledku slícování

Funkce: jointhist

```
function JH=jointhist(V1,V2,uovne,prah)
% jointhist - Vypocet sdruzeneho histogramu (empiricke sdruzene hustoty
%   pravdepodobnosti) dvou nahodnych promennych V1 a V2.
%
% uovne: pocet urovni sedi
% prah: nejmensi hodnota sedotonove urovne, která není pozadi
%
% JH=jointhist(V1,V2,uovne,prah)

V1=V1(:); V1=V1-min(V1); V1=round( (V1/max(V1)) * (uovne-1) );
V2=V2(:); V2=V2-min(V2); V2=round( (V2/max(V2)) * (uovne-1) );

JH=zeros(uovne,uovne);

I=find(V1>prah & V2>prah);
for index=1:length(I)
    % Vlozte kod pro vypocet sdruzeneho histogramu.
    % Projdete vsechny nadprahove hodnoty obrazu V1, V2
    % a pro kazdy intenzitni par naakumulujete jeho cetnost.
    m=V1(I(index)); n=V2(I(index));
    JH(m+1,n+1)=JH(m+1,n+1)+1;
end
```

Funkce: mutualinfo

```
function MI=mutualinfo(marginal1,marginal2,joint)
% mutualinfo - Vypocita hodnotu vzajemne informace na zaklade empirickych
% pravdepodobnostnich funkci dvou nahodnych promennych
% (marginal1 a marginal2) a jejich sdruzene hustoty
% pravdepodobnosti (joint).
%
% MI=mutualinfo(marginal1,marginal2,joint);

MI=0;
for m=1:length(marginal1)
    for n=1:length(marginal2)
        %
        % Doplnte vypocet MI.
        % Tzn. algoritmizujte vzorec vzajemne informace
        % (http://en.wikipedia.org/wiki/Mutual\_information)
        %
        nominator=joint(m,n);
        denominator=marginal1(m)*marginal2(n);
        if nominator>0 && denominator>0
            MI=MI+nominator*log2(nominator/denominator);
        end
    end
end
```

KAPITOLA 5: ADAPTIVNÍ ZPRACOVÁNÍ

A PREDIKCE ČASOVÝCH ŘAD

Příklad 5A: Optimální filtrace pro identifikaci neznámého systému

Určete, jakým filtrem byla vyhlazena časová řada měření teplot v České republice mezi lety 1961 a 2016.

Úkol 1: Načtení dat

```
% Nactete soubor \data\prumerna_teplota_cr.csv a ulozte do promenne
% ,temperature', dale nactete soubor \data\prumerna_teplota_cr_vyhlazena.mat,
% kde je casova rada s teplotami vyhlazena neznamym filtrem.
% Zdroj dat: http://portal.chmi.cz/historicka-data/pocasi/denni-data#
temperature = csvread(char(strcat(pwd, '\data\prumerna_teplota_cr.csv')));
load(char(strcat(pwd, '\data\prumerna_teplota_cr_vyhlazena.mat')));
```

```
% Prohodte poradi mereni v obou casovych radach od posledniho k prvniemu
% vzorku (Duvod: vektor xN v odvozeni normalnich rovnic obsahuje casove prevracene
% poradi vzorku budici casove rady. Z takto prevraceneho vektoru se pocita i
% autokorelacni matice Rxx)
temperature = flip(temperature);
temperatureSmooth = flip(temperatureSmooth);
```

Úkol 2: Návrh filtru pomocí optimální filtrace

```
% Pro ruzne rady filtru (,order') odhadnete impulzni charakteristiku:
for order = 2:7
```

```
% Pomoci funkce ,corrmtx' vycpocitejte autokorelacni matici a ulozte ji
% do matice ,R':
[~,R] = corrmtx(temperature,order-1,'autocorrelation');
```

```
% Pomoci funkce ,xcorr' vycpocitejte vektor krizovych korelaci mezi puvodni
% a vyhlazenou casovou radou:
p = xcorr(temperature,temperatureSmooth,order-1,'biased');
```

```
% Autokorelacni funkce je symetricka kolem pocatku, pro vypocet potrebujeme
% pouze jeji pravou cast s kladnymi argumenty (kladna casova posunuti):
p = p(ceil(length(p)/2):end);
```

```
% Vycpocitejte impulzni charakteristiku a sledujte, co se deje, pokud je rad
% predikcniho filtru zvolen vyssi, nez byl rad identifikovaneho systemu:
```

```
h=R\p;
display(h)
```

```
% Pozn.: Neznamy filtr mel impulzni charakteristiku [1/3 1/3 1/3]
```

```
% V situacich, kdy ma predikcni filtr vyssi rad nez identifikovany system
% (v tomto prikkladu order>3), se vahy optimalniho filtru spravne nastavi
```

% na nulu (numericky velmi blizko nule), a tedy vice zpozdeno vzorky vstupni posloupnosti
% se ve vypoctu vystupniho vzorku neuplatni. Naopak, je-li rad predikcniho filtru nizsi nez
% vykazuje identifikovany system, nastavi se vahy optimalniho filtru tak, aby byla
% v ramci omezenych moznosti alespon dosazena co nejnizsi stredni kvadraticka chyba
predikce.

end

Příklad 5B: LMS filtr pro identifikaci distortion efektu

Předpokládejte, že se vám líbil distortion efekt, který použili hudebníci pro úpravu jedné jejich skladby, a nyní jej chcete použít i pro úpravu svojí nahrávky. Přičemž máte k dispozici původní i upravenou skladbu.

Použijte LMS algoritmus pro identifikaci efektu typu distortion, který byl použit hudebníky pro úpravu jejich skladby, a aplikujte ho na jiný zvukový soubor.

Úkol 1: Načtení dat

% Nactete soubor ,\data\handel_distortion.wav' a soubor ,handel.mat', který
% je součástí datové sady v Matlabu:
[distortedSound,Fs] = audioread(char(strcat(pwd, ,\data\handel_distortion.wav')));
load(,handel');

Úkol 2: Definice LMS filtru

% Definujte LMS filtr pro aproximaci distortion efektu, kterým byl upraven
% načtený soubor.

% Urcete počet vzorku impulzní charakteristiky:
ORDER = 11; % Napr. 11

% Urcete délku kroku (alfa) LMS algoritmu:
ALFA = 0.01; % Napr. 0.01

% Definujte a aplikujte LMS filtr. Vytvořte objekt LMS filtru pomocí
% ,dsp.LMSFilter' nebo použijte funkci lms, kterou najdete ve slozce
% ,funkce/hayes':

```
lmsFilter = dsp.LMSFilter(ORDER, ,StepSize', ALFA);  
[yOutput,err,h] = lmsFilter(y,distortedSound);
```

% Postup pomocí funkce lms:

```
%  
% Postupy výpočtu byly testovány v Matlabu verze 9.2.0.538062 (R2017a).  
% Ve starsích verzích nemusí fungovat výpočet pomocí ,dsp.LMSFilter', proto  
% je zde uveden i alternativní výpočet impulzní charakteristiky LMS filtru  
% pomocí funkce lms (autor: M.H. Hayes):
```

```
%  
% cd(,funkce/hayes')  
% [A,err] = lms(y,distortedSound,ALFA,ORDER);  
% err = err';  
% h = A(end,:);  
% yOutput = conv(y,h,'same');
```

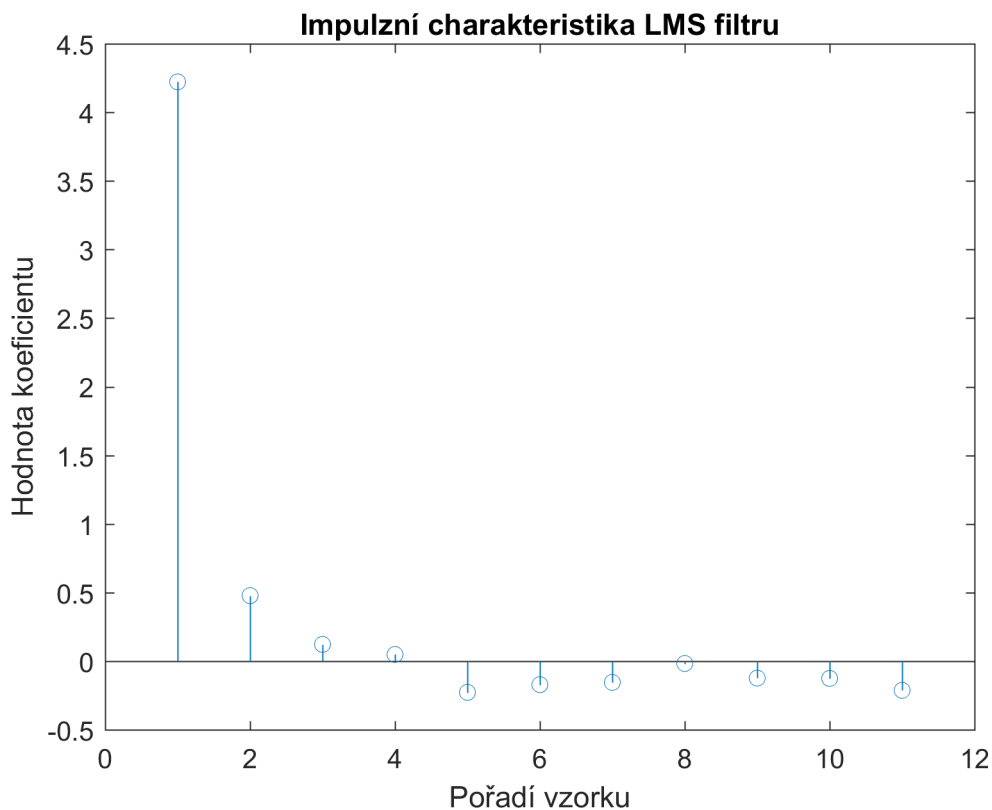
Úkol 3: Grafy pro adaptaci LMS filtru a impulzní charakteristiku

% Vykreslete do jednoho grafu chybu, očekávanou časovou řadu a časovou řadu
% modelovanou pomocí filtru:

```
plot(1:length(y), [distortedSound,yOutput,err]);  
legend('Očekávaný výstup', 'Výstup', 'Chyba');  
xlabel('Čas');
```

% Vykreslete impulzní charakteristiku filtru:

```
figure, stem(1:ORDER, h); % Obrázek 5B1  
title('Impulzní charakteristika LMS filtru');  
xlabel('Pořadí vzorku');  
ylabel('Hodnota koeficientu');
```



Obrázek 5B1: Impulzní charakteristika filtru

Úkol 4: Stabilita LMS filtru

% Overte stabilitu filtru v časové doméně:
sum(abs(h)) % Stabilní, není v nekonečnu

Úkol 5: Použití LMS filtru

% Nactete do Matlabu libovolnou melodii a použijte na ni adaptovaný
% distortion efekt:

% Příklad 1:

```
handelDist = conv(y,h); % Aplikace na puvodni signal
sound(handelDist)
```

% Příklad 2:

```
load gong
sound(y)
gongDist = conv(y,h);
sound(gongDist)
```

Příklad 5C: LMS filtr pro odstranění šumu ze zvukového záznamu

Předpokládejte, že jste na koncertě a máte za úkol pro organizátory pořídit nahrávku. V koncertní hale je ale rušivý signál. Pořídíte tedy před začátkem koncertu nahrávku tohoto šumu. Během koncertu nahrajete na diktafon záznam hudby. Protože chcete organizátorům předat kvalitní záznam bez rušení, musíte toto rušení eliminovat.

Použijte LMS algoritmus pro odstranění šumu.

Úkol 1: Načtení dat a vygenerování šumu

% Nactete zvukovy soubor ,handel', který je součástí matlabu:

```
load('handel');
```

% Generujte rušivou složku jako směs tří signálů o frekvenci 50, 100 a 200 Hz a přičtete ji ke zvukové stopě:

% Definujte vzorkovací periodu. (Vzorkovací frekvence se načte spolu s nactením zvukové stopy handel jako ,Fs'):

```
Ts = 1/Fs;
```

% Definujte délku trvání šumu:

```
dt = 0:Ts:length(y)*Ts-Ts;
```

% Definujte frekvence šumu:

```
f1 = 50; f2 = 100; f3 = 200;
```

% Do proměnné ,noise' uložte směs tří signálů. Amplitudu definujte jako A=1:

```
noise = sin(2*pi*f1*dt)'+sin(2*pi*f2*dt)'+sin(2*pi*f3*dt)';
```

% Spojte zvukovou stopu a šum, ten nějakým způsobem deformujte např.

% vynásobte koeficientem 0.2 nebo upravte nějakým filtrem. Výsledek si

% poslechnete a v maticovém grafu vykreslete hodnoty všech tří signálů

% (zvuk, sum, zvuk+sum).

```
handelNoise = y + 0.2*noise;
```

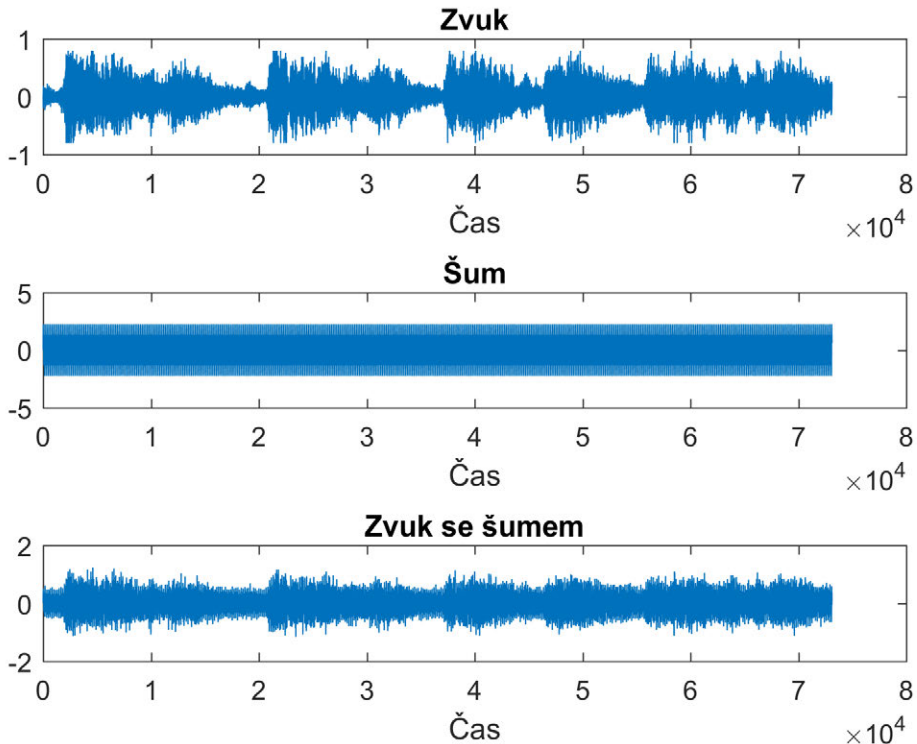
```
sound(handelNoise)
```



```

% V maticovom grafu 3x1 zobrazte nacteny zvuk ,handel', sum ,noise', a zvuk
% smichany s sumem ,handelNoise':
subplot(3,1,1) % Obrazek 4C1
plot(y), xlabel('Čas'), title('Zvuk')
subplot(3,1,2)
plot(noise), xlabel('Čas'), title('Šum')
subplot(3,1,3)
plot(handelNoise), xlabel('Čas'), title('Zvuk se šumem')

```



Obrázek 5C1: Zvuk se šumem

Úkol 2: Definice LMS filtru

```

% Vytvorte adaptivni filtr pomoci LMS algoritmu, do ktereho bude vstupovat
% rusiva slozka a ocekavany vystup bude smes uzitecne slozky a ruseni
% ,handelNoise'. Nakonec Vas bude zajimat vektor s chybami v prubehu
% adaptace, který bude obsahovat zvukovy signal s postupnym odstraněním
% rusive slozky.

```

```

% Urcete pocet vzorku impulzni charakteristiky LMS filtru:
ORDER = 11; % Napr. 11

```

```

% Urcete delku kroku (alfa) LMS algoritmu:
ALFA = 0.01; % Napr. 0.01

```

```

% Definujte a aplikujte LMS filtr. Vytvorte objekt LMS filtru pomoci
% ,dsp.LMSFilter' nebo použijte funkci ,lms', kterou najdete ve slozce
% ,funkce/hayes':
lmsFilter = dsp.LMSFilter(,Length', ORDER, ,StepSize', ALFA);
[~,err,~] = lmsFilter(noise,handelNoise);

```

```

% Rezidua tvori cisty signal, poslechnete si vysledek:
sound(err)

```

```

% Pozn.: Proste odedteni ruseni nestaci, protoze sum je vynasoben
% koeficientem 0.2 (popripade filtrovan).
sound(handelNoise-noise)

```

```

% Postup pomoci funkce lms:
%
% Postupy vypoctu byly testovane v Matlabu verze 9.2.0.538062 (R2017a).
% Ve starsich verzich nemusi fungovat vypocet pomoci ,dsp.LMSFilter', proto
% je zde uveden i alternativni vypocet impulzni charakteristiky LMS filtru
% pomoci funkce lms (autor: M.H. Hayes):
%
% cd(,funkce/hayes')
% [~,err] = lms(noise,handelNoise,ALFA,ORDER);
% sound(err)

```

Příklad 5D: RLS algoritmus pro identifikaci systému a odstranění šumu

Obdobně jako v příkladu 5B a 5C identifikujte distortion efekt a vytvořte nástroj pro odstranění rušení ze souboru handel. Postupujte stejně jako v předchozích příkladech, ale místo LMS použijte RLS filtr.

Úkol 1: Identifikace distortion efektu

```

% Nactete soubor ,\data\handel_distortion.wav' a nactete zvukovy soubor
% ,handel':
[distortedSound,Fs] = audioread(char(strcat(pwd, ,\data\handel_distortion.wav')));
load(,handel');

```

```

% Urcete pocet vzorku impulzni charakteristiky hledaneho filtru:
ORDER = 11; % Napr. 11

```

```

% Urcete parametr lambda, ktery urcuje zapominani vlivu vzorku smerem
% do minulosti:
LAMBDA = 1; % Napr. 1

```

```

% Navrhnete RLS filtr a adaptujte ho tak, aby soubor handel byl vstupem a
% vektor ,distortedSound' byl ocekavanyim vystupem. Ulozte koeficienty
% filtru do promenne ,h':
rlsFilter = dsp.RLSFilter(ORDER, ,ForgettingFactor', LAMBDA);
[yOutput,err] = rlsFilter(y, distortedSound);
h = rlsFilter.Coefficients;

```

```

% Postup pomoci funkce rls:
%
% Postupy vypoctu byly testovane v Matlabu verze 9.2.0.538062 (R2017a).
% Ve starsich verzich nemusi fungovat vypocet pomoci ,dsp.RLSFilter', proto
% je zde uveden i alternativni vypocet impulzni charakteristiky RLS filtru
% pomoci funkce rls (autor: M.H. Hayes):
%
% cd('funkce/hayes')
% [A,err] = rls(y,distortedSound,ORDER,LAMBDA);
% err = err';
% h = A(end,:);
% yOutput = conv(y,h,'same');
% cd('..../..')

```

```

% Vykreslete do jednoho grafu ocekavanou casovou radu, casovou radu
% modelovanou pomoci filtru a chybu:
plot(1:length(y), [distortedSound,yOutput,err]);
legend('Očekávaný výstup', 'Výstup', 'Chyba');
xlabel('Čas');

```

```

% Vykreslete impulzni charakteristiku RLS filtru:
figure, stem(1:ORDER, h); % Obrazek 5D1
title('Impulzní charakteristika RLS filtru');
xlabel('Pořadí vzorku');
ylabel('Hodnota koeficientu');

```

```

% Nactete do Matlabu libovolnou melodii a pouzijte na ni adaptovany
% distortion efekt.

```

```

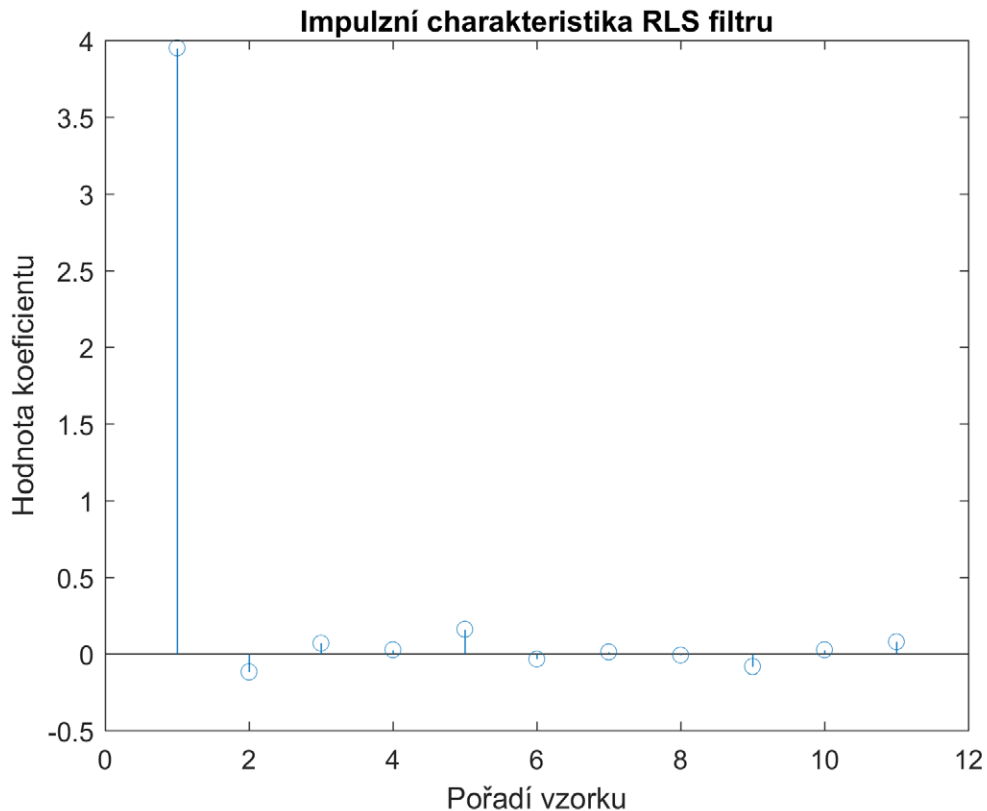
% Příklad 1:
handelDistorted = conv(y,h);
sound(handelDistorted)

```

```

% Příklad 2:
load gong
sound(y)
gongDistorted = conv(y,h);
sound(gongDistorted)

```



Obrázek 5D1: Impulzní charakteristika RLS filtru

Úkol 2: Odstranění šumu pomocí RLS filtru

Načtěte soubor `,\data\sum_zvuk.mat'` a přidejte ho jako aditivní šum ke zvuku handel. Na rušivou složku aplikujte libovolný filtr nebo vynásobte např. koeficientem 0.2:

```
load(char(strcat(pwd, '\data\sum_zvuk.mat')));
load handel
handelNoise = y + 0.2*noise;
```

% Urcete pocet vzorku impulzni charakteristiky hledaneho filtru:
ORDER = 11; % Napr. 11

% Urcete parametr lambda, ktery urcuje zapominani vlivu vzorku smerem
% do minulosti:
LAMBDA = 1; % Napr. 1

% Navrhnete RLS filtr, na vstup privedte vektor ,noise' a vektor
% ,handelNoise' použijte jako očekávaný výstupní signal. Vytvorte objekt
% RLS filtru pomocí ,dsp.RLSFilter' nebo použijte funkci ,rls', kterou
% najdete ve složce ,funkce/hayes':
`rlsFilter = dsp.RLSFilter(ORDER, 'ForgettingFactor', LAMBDA);`
`[~,err] = rlsFilter(noise,handelNoise);`

```
% Chybova slozka ,err' pak obsahuje postupne ocisteny zvuk. Poslechnete si  
% jej:  
sound(err)
```

```
% Pozn.: Proste odecteni ruseni nestaci, protoze sum je vynasoben  
% koeficientem 0.2 (popripade filtrovan).  
sound(handelNoise-noise)
```

```
% Postup pomoci funkce rls:  
%  
% cd(,funkce/hayes')  
% [~,err] = rls(noise,handelNoise,ORDER,LAMBDA);  
% sound(err)
```

